

中國文化大學經濟學研究所  
碩士論文

政府融通方式與經濟成長：  
以兩部門模型為例

指導教授：李順發 博士

研究生：林曉芬 撰

中華民國 97 年 6 月

## 謝辭

這篇論文能夠順利完成，首先感謝李順發博士。最初老師幫我擬定這個題目時，對於此題目不是很了解，但老師在繁忙的研究與教學中，願意撥空指導我，過程更是不厭其煩的解說訂正，才使學生得以寫出此畢業論文。另外，也要感謝兩位口試委員胡春田所長和謝智源老師在論文口試時提供寶貴的意見，讓這篇論文更加完善。此外，要感謝所有經濟系的教授與助教們，在求學過程中的照顧。

兩年的生活中，特別感謝碩士班同學冠彰不厭其煩的教我快速的計算方式。也要感謝好姐妹們，宜陵、慈亭、美君、依倫、詩婷在沮喪的時候為我打氣，還有其他碩班同學的互相砥礪，讓曉芬更加努力向上。另外在此特別把這篇論文獻給我生命中的貴人排球隊教練祥亨學長，唸碩班期間他不斷的鼓勵我、教我。還有大學時代認識的學長姐、學弟妹們，常常陪我渡過難熬的夜晚。也感謝高中同學怡菁和大學同學智勝、育漢、昱岑、孟虹、良翰、宜澄等人，常常聽我發牢騷。最後，特別感謝爸媽，在我的求學之路上始終給予我全力的支持與無盡的包容，讓我衣食無虞，兩個妹妹曉芳和曉芃也常替我加油。

隨著論文的結束，也代表著學生時代到了一個段落，未來另一個旅程即將展開，期許自己全力以赴，不要辜負家人、朋友們的期待。最後，謹以本篇論文獻給我最摯愛的師長、家人與朋友們。

林曉芬 謹誌

于中國文化大學經濟所

民國九十七年七月

## 摘要

本文以經濟成長率的觀點，比較政府支出的融通方式，應以所得稅融通還是貨幣融通？本文以兩部門內生成長模型為主要分析架構，並引用貨幣帶入效用函數的設計及生產外部性。我們發現雖然政府支出增加，不論採用何種融通方式皆不利於經濟成長，但貨幣融通仍優於所得稅融通。

關鍵字：所得稅、鑄幣稅、經濟成長



# 目錄

第一章	緒論	1
一、	研究動機與目的	1
二、	理論和文獻回顧	2
	(一) 經濟成長理論演進	3
	(二) 相關文獻之回顧	5
三、	論文架構	8
第二章	理論模型	9
一、	效用函數	9
二、	生產函數	10
三、	資源限制式	10
第三章	最適化與均衡	12
一、	最適化	12
二、	政府	14
三、	均衡	16
四、	恆定狀態	18
第四章	鑄幣稅融通與所得稅融通	21
一、	鑄幣稅與所得稅的比較靜態分析	21
二、	鑄幣稅融通與所得稅融通	24
	(一) 所得稅融通	24
	(二) 貨幣稅融通	26
第五章	結論	30
	參考文獻	31

## 圖目錄

圖表 1：均衡成長路徑.....	20
圖表 2：當名目貨幣供給成長率上升時，最適 $v^*$ 解的變動 .....	22
圖表 3：當所得稅上升時，最適 $v^*$ 解的變動 .....	23



# 第一章 緒論

## 一、 研究動機與目的

近年來，當今各國政府預算赤字嚴重，顯示出政府融通議題的重要性。而且，長期以來高經濟成長是各國所追求的目標，所以本文以經濟成長的角度，比較所得稅與貨幣融通方式的優劣。

傳統文獻中，Palivos 和 Yip (1995) 和 Espinosa-Vega 和 Yip (1999,2002) 皆認為兩種融通方式皆會造成成長率下降，但貨幣融通優於所得稅融通。其中前者是在消費及投資皆須使用貨幣(cash-in-advance)的內生成長模型中討論，而後者是在生命循環模型中加入不完全的金融市場討論。Ho, Zeng 和 Zhang (2007) 將貨幣帶入效用(money-in-utility)模型中，加入勞動供給行為及生產外部性，發現貨幣融通方式也優於消費稅融通方式。然而，Holman 和 Neanidis (2006)在小型開放模型中，加入通貨替代及逃漏稅行為，卻發現相反的結果。

本文延續 Ho, Zeng 和 Zhang (2007)的模型架構，延伸為兩部門模型，仍保留生產外部性的設計但無勞動供給的行為。也就是兩部門的內生成長模型中，加入 Sidrauski (1967)所提出的貨幣帶入效用函數的設計，討論兩種政府融通方式對經濟成長率的影響效果。文中的兩種財貨指的是消費財與資本財，兩部門的生產投入只為資本，其為實質及人力資本的合成 (Rebelo,1991)。為了簡化分析，生產外部性只有在資本財部門才有，消費財部門沒有。此外部性不只來自於相同部門，另一部門的投入也會影響，也就是此外部性包含了跨部門外部性的性質。政府對資本財部門產出課所得

稅，且該部門的產出除了可以累積資本外，也可以累積貨幣，而為了簡化分析，消費財部門的產出僅做為消費用途。

本文發現結果與 Palivos 和 Yip (1995) 和 Espinosa-Vega 和 Yip (1999,2002)及 Ho, Zeng 和 Zhang (2007)一致，認為貨幣融通優於所得稅融通。主要的原因說明如下：1.在單純只有所得稅融通下，政府支出增加，雖然因為資本財產出課稅後，資源流向消費財部門，透過跨部門的外部性，使得資本的邊際產出增加，但其直接效果造成稅後邊際產出下降，在這個效果較強的情況下，使得經濟成長下降。2.在單純只有貨幣融通下，政府支出增加，因為實質貨幣餘額減少，使得消費的邊際效用減少，造成消費財的需求減少。這個效果造成消費財相對於資本財的價格減少，因而資源會由消費財部門流向資本財部門，透過跨部門的外部型，邊際產出下降，使得經濟成長率下降。雖然兩種融通方式皆不利於經濟成長，但所得稅融通的資源扭曲效果卻大於貨幣融通的扭曲效果，背後主要原因是來自於所得稅所造成稅後邊際產出下降所引起的。

## 二、 理論和文獻回顧

本節依據理論發展的時間先後，首先介紹經濟成長理論的演進，包含了 Harrod-Domar 成長模型、新古典成長模型、及內生成長理論。再者，就目前文獻當中，探討政府不同的財政融通方式對於經濟成長與社會福利水準有何影響，分別進行文獻的回顧。

## (一) 經濟成長理論演進

經濟成長所探討的主題為，隨著時間的變動，產出或所得的增長狀況。以下將依據理論發展的先後順序，逐一介紹三種經濟成長理論。

### 1. 古典成長理論(classical growth theory)

Harrod(1939)及 Domar(1946)早在 1940 年代將凱因斯短期經濟模型中的乘數原理(multiplier)及加速原理(accelerator)結合，建立一經濟成長模型，認為投資不僅是架構商品需求的重要因子，也會促成資本的累積，藉由生產函數，資本的累積更進一步增進生產的產能，促使經濟成長。由於成長模型強調供給面，因此生產函數設定為里昂鐵夫的形式(Leontief function form)，限制生產因素勞動與資本等投入呈固定比例形式，互相不可替代。

由於生產因素無法替代，若在固定的勞動和資本產出比例下，可求得一均衡解。但當經濟體系有外在波動(shock)時，則經濟體系會脫離均衡，無法回到新的均衡狀態，則會產生勞動過剩，而發生失業情形或資本過剩的問題。因為 Harrod-Domar 長期均衡並不穩定(unstable)，因此有剃刀邊緣(knife-edge)理論稱呼。

### 2. 新古典成長理論(neoclassical growth theory)

1956 年，Solow 沿襲 Harrod-Domar 模型架構，利用新古典的生產函數，假定產出是勞動與資本兩種生產因素的一次齊次函數(homogeneous of degree 1)，亦即固定規模報酬(constant returns to scale, CRTS)，則生產要素勞動與資本於生產的過程中可互相替代，明確的修正了 Harrod-Domar 成長模型的缺失。Solow 成長模型重要涵義有二：(1)證明出經濟體系在長期下可收斂到一安定的均衡；(2)長期經濟成長為外生決定，造成政府政策(諸如課

稅、補貼、財政政策、及貨幣政策等)上無法改變經濟成長率，使許多經濟學家對此結論無法完全認同。

1928 年，Ramsey 提出了最適消費與最適儲蓄的觀點，使得儲蓄率內生化。而在 1965 年，Cass 與 Koopmans 根據 Ramsey 的架構，修改了 Solow-Swan 的模型，雖然 Ramsey 模型中內生化邊際儲蓄傾向，如同 Solow 模型中外生地改變邊際儲蓄傾向，但兩者皆只改變傳遞過程，而在長期的經濟成長之解並無不同，亦即未改變長期平均每人經濟成長率等於零。

### 3. 內生成長理論(endogenous growth theory)

1980 年代中期後，Romer 及 Lucas 所發展的內生成長理論(model of endogenous growth)解決了 Solow 模型和 Ramsey 模型中，經濟成長外生決定方式，修改為內生決定的方式。內生成長理論著重於人力資本(human capital)的累積與其它機制，避開資本邊際生產力遞減的性質，促使內生古典成長模型解決了 Solow 模型每人實質所得停滯的缺失。透過了人力資本和實質資本相輔相成將會促使每人所得的成長，也可以圓滿的解釋實際數據所顯現的每人實質所得即每人資本成長的事實。

1986 年，Romer 對 Solow 模型或 Ramsey 模型的修正方向著重於生產函數方面，他發現在一經濟體系中，個別廠商的投資增加，會帶動其它產業產值及投資增加，產生正的外溢(spillover)經濟效果，亦即外部性經濟(external economics of scale)。因此 Romer 將此外溢效果與其它廠商的平均投入，納入生產函數中。並強調實質資本累積對經濟成長的影響，故可得到長期下的經濟成長率。

1988 年，Lucas 提出人力資本對於經濟體系成長的重要性，他擴充 Ramsey 模型，在 Romer 的實質資本(physical capital)累積模型中，納入一人

力訓練部門來訓練人力，此人力資本是會累積的。因此，發展出兩部門內生成長模型，一為財貨生產部門，另一為人力資源培訓部門。

## (二) 相關文獻之回顧

一般來說，政府的政策大致可分為財政政策與貨幣政策兩方面。首先，就財政政策方面，有關政府生產性支出對經濟成長影響的相關文獻中，Barro(1990)一文最為重要。

1990年，Barro將內生成長模型做了延伸，在生產性的公共支出對私部門的產出有外部性效果，假設政府的公共服務是利用稅收來融通，因此而影響了總生產與效用。在此文特別指出，當生產函數為固定規模報酬時，生產性政府支出(productive government expenditures)增加，在一開始會使經濟成長率與儲蓄率上升，隨之減少。但若生產函數為Cobb-Douglas型態，則政府可透過生產性的支出使生產效能最大化。Barro也發現，當公共財為非排他性時，所得稅(income tax)對經濟社會的影響會劣於定額稅(lump-sum tax)。但許多的公共財皆具有擁擠性，此時所得稅對於經濟社會的影響會優於定額稅，但無論如何，只要政府有賦稅，都會造成經濟成長與福利的扭曲。

1993年，Futagami將Barro所假設的公共政府支出視為流量變數加以修正，變成存量變數進而影響產出。

1995年，Palivos與Yip利用有交易付現限制(cash-in-advance, CIA)的內生成長模型，探討政府支出利用不同融通擴張性的財政政策(所得稅或鑄幣稅)對於經濟成長與社會福利水準的效果。作者發現，當消費與投資受到交易付現限制時，無論採用何種方式融通，皆對經濟成長不利；另一方面，當僅有消費受到交易付現限制下，政府支出利用所得稅融通會不利於經濟的成長，但以鑄幣稅融通時，經濟成長率不受擴張性的財政政策影響。

2000 年，Turnovsky 採用 AK 模型，將勞動要素內生化，並以數值分析、驗證，探討不同的賦稅制度影響、政府支出改變對於成長與休閒的抵換關係。在文中指出，若政府支出達到最適政策，不應對資本課稅，而消費與休閒應課相同稅率；反之，政府支出未達到最適政策時，則應視不同的扭曲程度，分別對消費、休閒、資本課稅。文中對於社會福利水準也有進一步探討，當資本稅越高時，社會福利會有負向效果；但消費稅會促使社會福利增加。

2007 年，Ho, Zeng and Zhang 延伸新古典成長模型，將休閒、生產外部性與貨幣引進效用函數裡，且政府支出為固定比例，並利用消費稅與鑄幣稅融通。結果發現擴張性財政政策的消費稅轉為通貨膨脹稅時，會影響到資源配置與社會福利，使得實質貨幣餘額相對於所得減少，但促使消費、勞動、資本和產出增加。

其次，在貨幣政策方面，由於貨幣進入經濟體系分析大致上可包含了幾個方式：交易付現限制式(cash-in-advance)、交易技術(transaction technology)、貨幣進入效用函數(money-in-utility)，不同的選取分析會造成貨幣政策對於經濟體系產生不同的影響。

1981 年，Stockman 藉由交易付現限制式將貨幣引入經濟體系內，發現若僅有消費受到交易付現限制，當通貨膨脹率上升時，資本並不會受到影響；一旦消費與投資皆受到交易付現限制時，通貨膨脹上升會使資本存量減少，貨幣中立性不成立。 但仍有許多學者認為，如 Friedman(1969)、Kimbrough(1986)、Prescott(1987)、Cole and Stockman(1992)、Schreft(1992)、Gillman(1993) 等，無論是選擇交易付現限制式、交易技術或實質貨幣進入效用函數，通貨膨脹率皆會促使福利減少。

從成長、福利和通貨膨脹觀點可看出，選擇融通政策其優先順序會不同。至今，我們可從 Palivos 和 Yip(1995)與 Espinosa-Vega 和 Yip(1999,2002) 知，貨幣融通對於經濟成長和福利的扭曲程度會少於所得稅融通。Ho, Zeng 和 Zhang(2007)也發現從成長與福利的觀點看，貨幣融通優於消費稅融通。以上會有所這樣發現的理由在於這些學者在假設的模型中，貨幣是不中立的。如 Palivos 和 Yip 在交易付現限制模型下，需要大量且足夠的投資購買，但會受到流動資金的限制。Espinosa-Vega 和 Yip 在一生命循環週期模型與金融市場的限制裡，其需要較大足夠的儲備需求。Ho, Zeng 和 Zhang(2007) 在貨幣引入模型中，必須要有較強的生產外部性。若出自同樣的原因下，如果存在另一種機制時，其融通會扭曲模型配置，結果並非與上述相同。再者，他們並沒有基於最適政策將融通方式做比較，與假設政府規模固定，即政府支出相對於產出比例為一常數。

並非所有政府支出融通方式會促使成長與福利有正向效果，且融通的最適水準可能會為零，則融通的方式將不能被排序。因此，在政府取得最適政策時，每個財政政策應該有正效果及將政府規模內生化。

在此假定下，會得到兩個結論。首先，本文延伸 Ho, Zeng 和 Zhang(2007)模型，將貨幣引進效用裡與生產性政府支出下，我們可比較貨幣融通與所得稅融通。結果發現每個融通方式透過生產性政府支出，成長會得到負的效果。其次，另一結果可發現當貨幣政策成長增加時，使得經濟成長會下降，這與存在的文獻相符合。

### 三、 論文架構

本文內容共分為四章。第一章緒論，包括第一節的研究動機與目的，第二節將經濟成長理論的演進與相關文獻做一回顧，第三節為本論文架構。第二章為理論模型的建構與分析。第三章為最適化與均衡。第四章為鑄幣稅融通與所得稅融通的比較，利用鑄幣稅與所得稅的比較靜態分析與政府支出融通方式來探討經濟成長有何變化和何種融通方式較好。第五章為結論。



## 第二章 理論模型

本文根據兩部門內生成長模型(two-sector model of endogenous growth)作改變，分為消費財與投資財兩種商品。經濟體系運用資本為兩部門的唯一投入，其為實質及人力資本的合成(例如：Rebelo,1991)。並引用貨幣帶入效用函數(money-in-utility)的設計；此外，政府支出的融通方式採用所得稅與鑄幣稅融通，在此架構下，分析政府支出的增加，利用這兩種不同融通方式，對於經濟成長與社會福利會有何影響。

本模型以社會規劃者(social planner)的角度來刻畫此經濟體系，分別以效用函數、生產函數、資源限制式來說明。模型如下：

### 一、 效用函數

模型中，人口規模假設為固定。此代表性家計單位追求跨期效用總和和折現值極大，假定此總合效用折現值 $U$ 為

$$U = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \frac{(C^\eta M^{1-\eta})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} dt, \quad 0 < \eta < 1, \quad \sigma > 0 (\neq 1) \quad (1)$$

式(1)中之 $C$ 為實質消費(real consumption)； $M$ 為實質貨幣餘額(real money balance)； $\rho > 0$ 為固定的時間偏好率(constant rate of time preference)； $\sigma > 0$ 為跨期替代彈性(the elasticity of intertemporal substitution)的倒數； $\eta$ 和 $1-\eta$ 分別衡量消費與實質貨幣餘額的影響程度參數。

## 二、 生產函數

為了方便我們稱這兩部門為  $X$  與  $Y$ 。其中資本  $K$  為兩部門唯一投入，但為實質和人力資本組成。其中一部門為消費財產出與另一部門為投資財產出。因此設定兩部門模型為

$$X = avK \quad (2)$$

$$Y = b[(1-v)K]^{1-\alpha} \bar{K}^\alpha, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (3)$$

式(2)和式(3)中  $a$  和  $b$  為生產係數； $v$  為資本投資於  $X$  部門的比例； $K$  為資本。其中  $Y$  部門根據 Romer(1986)的設定，引入外部性的設定； $\bar{K}$  為平均資本投入<sup>1</sup>； $\alpha$  為外溢(spillover)程度。

## 三、 資源限制式

政府對  $Y$  部門課徵所得稅(income tax)，稅率為  $\tau > 0$ 。另外  $Y$  部門的產出除了可累積資本外，也可以作為累積貨幣之用；至於  $X$  部門的產出只能作為消費用途。因此整個社會的資源限制式(resource constraint of whole economy)為

$$C = X \quad (4)$$

$$\dot{K} + \dot{M} + \pi M = (1 - \tau)Y \quad (5)$$

---

<sup>1</sup> 就廠商本身而言，它並不能決定其他廠商的投入多寡，但別人的投入量大小卻會影響他的生產力，因此為一外部性。

式(5)中  $\pi = \frac{\dot{p}}{p}$  為通貨膨脹率和  $\pi M$  為通貨膨脹稅； $\dot{K} = \frac{dK}{dt}$  和  $\dot{M} = \frac{dM}{dt}$  分別為  $K$  和  $M$  變數的時間變動。為了簡化分析，資本的折舊率假設為零。並利用  $B = K + M$  和式(3)，我們可改寫式(5)為

$$\dot{B} = (1 - \tau)b[(1 - v)K]^{1-\alpha} \bar{K}^\alpha - \pi M \quad (6)$$

而社會規劃者的問題，利用給定的  $\tau$  和  $B_0 > 0$ ，與式(4)、式(6)及  $B = K + M$  下，追求代表性個人效用極大，選擇最適的消費、資本和實質貨幣餘額。



### 第三章 最適化與均衡

#### 一、最適化

應用 Pontriagin 最適控制極大化原理(maximum principle of optimal control)，針對社會規劃者的問題建構一現值的 Hamiltonian 方程式如下

$$H = e^{-\rho t} \left\{ \frac{[(a - v)K^\eta M^{1-\eta}]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \lambda [(1-\tau)b[(1-v)K]^{1-\alpha} K^\alpha - \pi M] + \mu(B - K - M) \right\}$$

式中， $\lambda$  為共狀態變數(co-state variable)和  $\mu$  為乘數。其一階條件為

$$\frac{\partial H}{\partial M} = 0 \Rightarrow (1-\eta)C^{\eta(1-\sigma)}M^{(1-\eta)(1-\sigma)-1} = \mu + \lambda\pi \quad (7a)$$

$$\frac{\partial H}{\partial v} = 0 \Rightarrow \eta C^{\eta(1-\sigma)}M^{(1-\eta)(1-\sigma)} \frac{1}{v} = \lambda(1-\alpha)(1-\tau) \frac{Y}{1-v} \quad (7b)$$

$$\frac{\partial H}{\partial K} = 0 \Rightarrow \eta C^{\eta(1-\sigma)}M^{(1-\eta)(1-\sigma)} \frac{1}{K} + \lambda(1-\alpha)(1-\tau) \frac{Y}{K} = \mu \quad (7c)$$

$$\frac{\partial H}{\partial B} = \mu = \rho\lambda - \dot{\lambda} \quad (7d)$$

有限的最終條件(transversality condition)為

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\rho t} \lambda B = 0 \quad (7e)$$

式(7a)至(7e)五式為民眾跨時最適化行為決策的必要條件。式(7a)、式(7b)和式(7c)為對  $M$ 、 $v$  和  $K$  之最適化，式(7d)為對  $B$  跨時選擇的 Euler 方程式，式(7e)為對  $B(t)$  之最終條件，該條件要求：於最終之際，代表性個人因持有資產所帶來效用的折現值必為零。在這些條件中，每個選擇變數在效用裡，邊際利得應該等於邊際成本。特別是在式(7a)中，一較高通貨膨脹持有貨幣的成本會誘使家計單位在實質餘額上節約。

根據一階條件我們可進一步分析如下：

首先，對式(7b)取對數，並且對時間微分，可得

$$\eta(1-\sigma)\frac{\dot{C}}{C} + (1-\eta)(1-\sigma)\frac{\dot{M}}{M} = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} + \frac{\dot{Y}}{Y} \quad (8a)$$

再利用式(7b)可知

$$C^{\eta(1-\sigma)} M^{(1-\eta)(1-\sigma)} = \frac{v}{\eta} \lambda (1-\alpha)(1-\tau) \frac{Y}{1-v} \quad (8b)$$

將式(8b)分別代入式(7a)與式(7c)，可得

$$\frac{(1-\eta)(1-\alpha)}{\eta}(1-\tau)\frac{v}{1-v}\frac{Y}{M}=\frac{\mu}{\lambda}+\pi \quad (8c)$$

$$\frac{\mu}{\lambda}=(1-\tau)(1-\alpha)\frac{Y}{K}\frac{1}{1-v} \quad (8d)$$

亦可從式(7d)得到

$$\frac{\mu}{\lambda}=\rho-\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} \quad (8e)$$

式(8a)結合消費成長率與實質貨幣餘額成長率會等於時間偏好率扣除資本邊際產值再與產出成長率結合。式(8c)指出最適的實質貨幣餘額水準與產出成比例是由資本邊際產值與通貨膨脹所構成的。式(8d)為資本邊際產值 (marginal product of capital)。

## 二、 政府

假定政府支出融通利用所得稅和貨幣發行(inflation tax)融通。在 Ramsey 模型的精神下，我們假設政府支出  $G$  為  $Y$  部門產出的固定比例  $\beta$ ，  
*i.e.*  $G = \beta Y, 0 < \beta < 1$ 。

因此，政府預算限制式可表示為：

$$G = \tau Y + \frac{\dot{\bar{M}}}{P} = \beta Y \quad (9)$$

式(9)中  $\bar{M}$  為名目貨幣供給； $\frac{\dot{\bar{M}}}{P}$  為鑄幣稅(seignorage revenue)。亦即政府當局利用所得稅與鑄幣稅來融通政府支出。此外，我們假定名目貨幣供給為一固定成長率  $\phi$ 。因此，式(9)變成為

$$\frac{G}{Y} = \left( \tau + \phi \frac{M}{Y} \right) = \beta \quad (10)$$

式(10)表示，當實質貨幣餘額和產出比率為固定時，政府支出與最終產出成比例關係。本文的主要目的為：探討政府公共投資支出佔產出比例增加，所引起的經濟成長效果，因而  $\beta$  為政策變數，則由式(10)可知  $\tau$  與  $\phi$  必有一項係內生調整。若以所得稅融通，則  $\phi$  維持不變，亦即  $\tau > 0$ ,  $\phi = 0$ ，此時， $\tau$  為內生的；若以鑄幣稅融通，則  $\tau$  為固定不變，亦即  $\phi > 0$ ,  $\tau = 0$ 。

再者，根據個人所持有的實質貨幣餘額  $M$  的定義可知，實質貨幣餘額的演進法則為：

$$\dot{M} = M(\phi - \pi) \quad (11)$$

結合式(5)和式(11)，可得商品市場均衡條件為：

$$\dot{K} = \left(1 - \tau - \phi \frac{M}{Y}\right) Y \quad (12)$$

由於商品市場均衡條件是從代表性個人及政府預算限制式推導出來，可知此三式中只要任何兩式：商品市場均衡條件與政府預算限制式成立，則第三式代表性個人必成立。

### 三、 均衡(Equilibrium)

由以上的分析，我們可將完全預知的總體均衡表示：  
從式(8a)移項可得

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \eta(1-\sigma) \frac{\dot{C}}{C} + (1-\eta)(1-\sigma) \frac{\dot{M}}{M} - \frac{\dot{Y}}{Y} \quad (13a)$$

式(8b)，可獲得最適實質貨幣，並將  $Y = b[(1-v)K]^{1-\alpha} \bar{K}^\alpha$  代換，便得

$$C^{\eta(1-\sigma)} M^{(1-\eta)(1-\sigma)} = \frac{v}{\eta} \lambda(1-\alpha)(1-\tau)b(1-v)^\alpha K \quad (13b)$$

將式(13b)代入式(7c)，並移項，可得

$$v\lambda(1-\alpha)(1-\tau)b(1-v)^\alpha = \mu - \lambda(1-\alpha)(1-\tau)b(1-v)^{1-\alpha} \quad (13c)$$

從式(8c)可知最適的實質貨幣餘額水準與產出成比例

$$\frac{(1-\eta)(1-\alpha)}{\eta}(1-\tau)\frac{\nu}{1-\nu}\frac{Y}{M} = \frac{\mu}{\lambda} + \pi \quad (13d)$$

由式(8d)與式(8e)得知，兩式相等。即

$$\frac{\mu}{\lambda} = (1-\tau)(1-\alpha)b(1-\nu)^{-\alpha} = \rho - \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} \quad (13e)$$

由式(10)知，政府的政策變數為一常數

$$\left(\tau + \phi \frac{M}{Y}\right) = \beta \quad (13f)$$

式(11)，將實質貨幣餘額移項，可得實質貨幣餘額成長率為

$$\frac{\dot{M}}{M} = \phi - \pi \quad (13g)$$

將式(12)兩邊同除  $K$ ，並將  $Y = b[(1-\nu)K]^{1-\alpha}\bar{K}^\alpha$  代換，可得資本成長率為

$$\frac{\dot{K}}{K} = \left(1 - \tau - \phi \frac{M}{Y}\right)b(1-\nu)^{1-\alpha} \quad (13h)$$

以上八條方程式可求解出八個內生變數：實質貨幣  $M$ 、資本的投資比例  $\nu$ 、資本投入  $K$ 、影子價格  $\lambda$ 、Lagrange 乘數  $\mu$ 、通貨膨脹率  $\pi$ 、所得稅率  $\tau$  (或貨幣成長率  $\phi$ )。

#### 四、 恆定狀態

當模型達到恆定狀態時， $\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{M}}{M} = g$ 。因此，長期均衡下，我們可將均衡條件(13a)、(13c)、(13e)、(13g)改變為

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = -\sigma g \quad (14a)$$

$$\frac{(1-\eta)(1-\alpha)}{\eta} (1-\tau) \frac{v}{1-v} \frac{b[(1-v)K]^{1-\alpha} K^\alpha}{M} = \rho + \sigma g + \pi \quad (14b)$$

$$g = \frac{1}{\sigma} [(1-\tau)(1-\alpha)b(1-v)^\alpha - \rho] \quad (14c)$$

$$g = \phi - \pi \quad (14d)$$

將式(14d)代入式(13h)與式(14b)分別可得

$$g = (1-\tau)b(1-v)^{1-\alpha} - \phi \frac{M}{K} \quad (15a)$$

$$\frac{(1-\eta)(1-\alpha)}{\eta} (1-\tau) \frac{v}{1-v} \frac{b[(1-v)K]^{1-\alpha} K^\alpha}{M} = \rho + \phi + (\sigma - 1)g \quad (15b)$$

由上面式(14c)與式(15a)可得

$$\frac{M}{K} = \frac{1}{\phi} \left[ \frac{\rho}{\sigma} + \frac{1-\tau}{\sigma} b(1-v)^\alpha [\sigma(1-v) - (1-\alpha)] \right] \quad (16)$$

如果  $\phi > 0$ ，則式(16)可代入式(15b)，即可得均衡式

$$\begin{aligned} & \frac{(1-\eta)(1-\alpha)b}{\eta} \frac{v(1-v)^\alpha}{\left[ b(1-v)^{1-\alpha} - \frac{1-\alpha}{\sigma}(1-v)^\alpha + \frac{\rho}{\sigma(1-\tau)} \right]} \\ & = 1 + \frac{\rho}{\phi} + \frac{\sigma-1}{\sigma\phi} \left[ (1-\tau)(1-\alpha)b(1-v)^\alpha - \rho \right] \end{aligned} \quad (17)$$

式(17)等號的左邊(*left hand side, LHS*)分母的中括號為  $\frac{M}{K}$ ；在等號的右邊(*right hand side, RHS*)的中括號為  $g$ 。

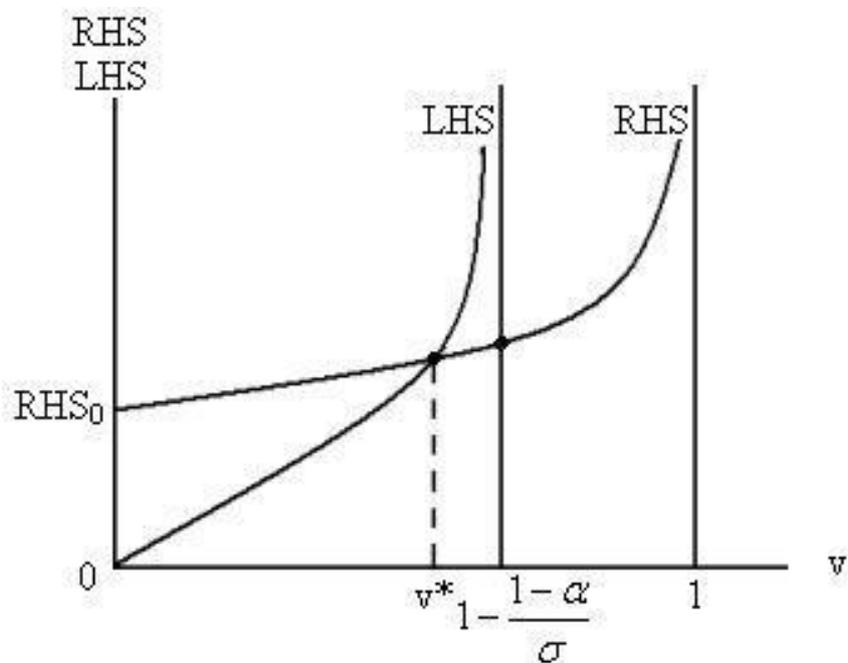
假定  $\phi > 0$ ， $\tau > 0$  時，則  $\frac{M}{K} > 0$ ，則從式(16)可得知  $0 < v < 1 - \frac{1-\alpha}{\sigma}$ 。因此，當資本的投資比例為零時，即  $v=0$ ，式(17)的 *LHS* 會等於零， $RHS_0 = \phi + \rho + \frac{\sigma-1}{\sigma} [(1-\tau)(1-\alpha)b - \rho]$ ；當  $v = 1 - \frac{1-\alpha}{\sigma}$  時，則 *LHS* 會趨近無窮大，*RHS* 為正向關係。且可利用式(17)我們亦可得知 *LHS* 與 *RHS* 的斜率分別為

$$\left. \frac{\partial LHS}{\partial v} \right|_{\phi > 0, \tau > 0, \sigma > 1} = \frac{(1-\eta)(1-\alpha)b}{\eta} \frac{b - \frac{1-\alpha}{\sigma} + \frac{\rho(1-v)^\alpha}{\sigma(1-\tau)} \left[ 1 + \frac{v\alpha}{(1-v)} \right]}{\left[ b(1-v) - \frac{1-\alpha}{\sigma} + \frac{\rho(1-v)^\alpha}{\sigma(1-\tau)} \right]^2} > 0 \quad (18a)$$

$$\left. \frac{\partial RHS}{\partial v} \right|_{\phi > 0, \tau > 0, \sigma > 1} = \frac{\sigma-1}{\sigma\phi} (1-\tau)(1-\alpha)b\alpha(1-v)^{-\alpha-1} > 0 \quad (18b)$$

由式(18b)可觀察出 *RHS* 線的斜率會與跨期替代彈性的大小有關。因此，在此的跨期替代彈性條件應為  $\sigma > 1$ 。所以式(18a)與式(18b)分別可得到 *LHS* 與 *RHS* 的斜率為正斜率。

其圖形如下：



圖表 1：均衡成長路徑

由圖表 1 可知，在長期均衡下，且  $\phi > 0, \tau > 0$ ，當  $\dot{v} = 0$  時，存在一均衡成長路徑(balanced growth path, BGP)，因此可獲得最適的資本投資比例， $v^*$ 。

命題一：在  $\phi > 0, \tau > 0, \sigma > 1$  下，長期均衡存在且唯一。

## 第四章 鑄幣稅融通與所得稅融通

本章根據第三章的模型架構，探討以所得稅融通與鑄幣稅融通的擴張性財政政策，對於經濟成長有何影響。為了避免複雜的動態分析，本文主要著重在恆定狀態下的比較靜態分析。

### 一、鑄幣稅與所得稅的比較靜態分析

以下針對所得稅與鑄幣稅進行比較靜態分析。首先，對鑄幣稅進行分析。在給定  $\tau$  下，當名目貨幣供給成長率  $\phi$  上升時，式(17)的 *RHS* 會下降，則資本的投資比例  $v^*$  會下降至  $v_j^*$ ，導致經濟成長  $g$  下降。亦可利用式(17)對 *RHS* 部份全微分可得

$$d\phi + \frac{\sigma-1}{\sigma}(1-\tau)(1-\alpha)b\alpha(1-v)^{-\alpha-1}dv = 0 \quad (19)$$

由式(19)得知

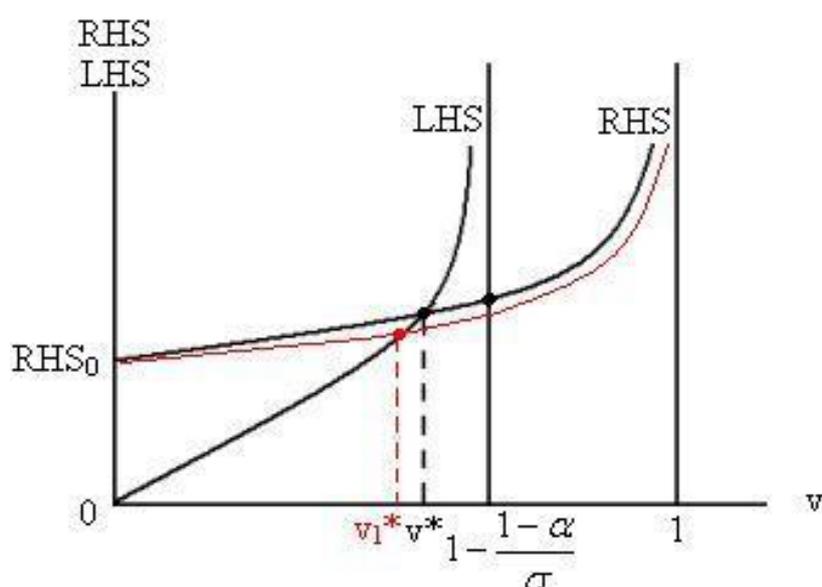
$$\frac{dv}{d\phi} = -\frac{\sigma(1-v)^{\alpha+1}}{b(\sigma-1)(1-\tau)(1-\alpha)\alpha} < 0 \quad (20)$$

從式(20)知，給定  $\tau$  下，名目貨幣供給成長率  $\phi$  上升，會造成投資比例  $v$  的下降。

主要的原因來自於貨幣融通造成實質貨幣餘額下降，使得消費的邊際效用降低，促使消費財的需求下降。這個效果造成消費財相對於資本財的價格

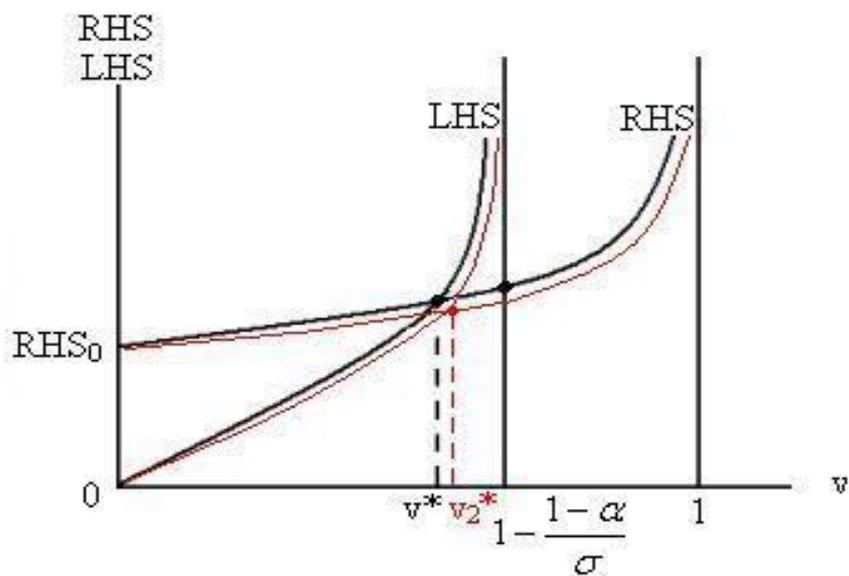
減少，因而資源會由消費財部門流向資本財部門，也就是  $v$  下降。資本投入  $X$  部門比例下降後，其所產生對  $Y$  部門的外部性下降，造成  $Y$  部門的邊際產出下降，使得經濟成長率下滑。

其圖形表示如下：



圖表 2：當名目貨幣供給成長率上升時，最適  $v^*$  解的變動

接下來，對所得稅進行分析。在給定  $\phi$  下，當所得稅  $\tau$  上升時，式(17)的  $LHS$  與  $RHS$  皆會下降，則資本的投資比例  $v^*$  會因此上升到  $v_2^*$ ，這股力量造成成長率提高。但由式(14c)成長率的定義可知，所得稅增加也會造成稅後的邊際生產力下降，這股力量卻造成經濟成長率下降。所以最終效果不確定，此結果與 Barro (1990)中政府支出有生產力的結果類似。



圖表 3：當所得稅上升時，最適  $v^*$  解的變動

由以上三個圖形我們可獲得一些簡單的結論。在長期穩定均衡下，政府同時利用所得稅與鑄幣稅的擴張性財政政策，可得到一最適資本投資比例，並且隨著名目供給成長率增加，投資的比例會下降，使得經濟成長下降；若所得稅的增加，其投資比例會跟著上升，但此時的經濟成長率是不確定的狀態。

**命題二：鑄幣稅與長期經濟成長率呈現負向關係；而所得稅與長期經濟成長率的關係並不確定。**

## 二、 鑄幣稅融通與所得稅融通

以下我們針對不同的政府支出融通方式，探討政府增加支出，由何種融通方式，有較高的經濟成長率。本節的分析與上一節的分析基本上是不同的，本節將兩個融通方式分開，各自分析當政府支出只用其中一種融通方式時，對經濟成長率的效果為何？也就是分析  $\beta$  對經濟成長率的影響。

### (一) 所得稅融通 (Income Tax Financing)

為了簡化分析，在只有所得稅融通下， $\phi = 0$ ， $\tau > 0$ 時，由式(13f)可得知

$$\tau = \beta \quad (21)$$

再者，將式(21)代入式(14c)與式(15a)，分別可得到

$$g_\tau = \frac{1}{\sigma} [(1-\beta)(1-\alpha)b(1-v)^\alpha - \rho] \quad (22a)$$

$$g_\tau = (1-\beta)b(1-v)^{1-\alpha} \quad (22b)$$

分別對式(22a)與式(22b)全微，可得

$$dg_{\tau} - \frac{1}{\sigma} \alpha (1-\beta)(1-\alpha)(1-v)^{\alpha-1} b dv = -\frac{1}{\sigma} (1-\alpha)b(1-v)^{\alpha} d\beta \quad (23a)$$

$$dg_{\tau} + (1-\beta)b(1-\alpha)(1-v)^{\alpha} dv = -b(1-v)^{1-\alpha} d\beta \quad (23b)$$

以矩陣型式表示如下：

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{\sigma} \alpha (1-\beta)(1-\alpha)(1-v)^{\alpha-1} b \\ 1 & (1-\beta)b(1-\alpha)(1-v)^{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dg_{\tau} \\ dv \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sigma} (1-\alpha)b(1-v)^{\alpha} \\ -b(1-v)^{1-\alpha} \end{bmatrix} d\beta \quad (24)$$

由式(24)可知

$$\left. \frac{dg_{\tau}}{d\beta} \right|_{\phi=0, \tau>0} = -\frac{b(1-v)^{1-\alpha}}{\sigma(1-v)+\alpha} < 0 \quad (25)$$

式(25)指出政府公共投資支出佔產出比例增加時，經濟成長會因此而下降。亦即政府擴張性財政政策以所得稅融通時，將導致經濟成長率下降。

**命題三：**在政府支出由所得稅融通下，政府支出增加將造成經濟成長下降。

## (二) 貨幣稅融通 (Money Financing)

在此政府支出是由通貨膨脹稅(鑄幣稅)來融通，因此， $\tau = 0$ ， $\phi > 0$ 。由式(13f)可得

$$\phi = \beta \cdot \frac{Y}{K} \cdot \frac{K}{M} \quad (26)$$

再者，將式(26)代入式(14c)與式(15a)中，可獲得

$$g_\phi = \frac{I}{\sigma} [b(1-v)^\alpha (1-\alpha) - \rho] \quad (27a)$$

$$g_\phi = (1-\beta)b(1-v)^{1-\alpha} \quad (27b)$$

分別對式(27a)與式(27b)全微，可得

$$dg_\phi - \frac{I}{\sigma} b\alpha(1-v)^{\alpha-1}(1-\alpha)dv = 0 \cdot d\beta \quad (28a)$$

$$dg_\phi + (1-\beta)(1-v)^\alpha b(1-\alpha)dv = -b(1-v)^{1-\alpha} d\beta \quad (28b)$$

以矩陣型式表示如下：

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{\sigma}b\alpha(1-v)^{\alpha-1}(1-\alpha) \\ 1 & (1-\beta)(1-v)^{\alpha}b(1-\alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dg_{\phi} \\ dv \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -b(1-v)^{1-\alpha} \end{bmatrix} d\beta \quad (29)$$

由式(29)可知

$$\left. \frac{dg_{\phi}}{d\beta} \right|_{\tau=0, \phi>0} = -\frac{b\alpha(1-v)^{1-\alpha}}{\sigma(1-v)(1-\beta)+\alpha} < 0 \quad (30)$$

從式(30)我們可知道，當政府僅利用貨幣稅融通，政府支出佔產出比例增加時，經濟成長會隨之下降。

**命題四：在政府支出只有鑄幣稅融通下，政府支出增加造成經濟成長率下降。**

從以上的分析可看出，無論政府採用所得稅融通或是貨幣稅融通，皆可得到經濟成長率會下降。此結果與傳統經濟文獻相符。但到底何種融通方式有利於經濟成長？到目前為止，仍未解答。為了回答此問題，直接比較兩種融通方式下的經濟成長率。

分別由所得稅融通的式(22a)與式(22b)和貨幣稅融通的式(27a)與式(27b)，可得知

$$g_{\tau} = \frac{1}{\sigma} [(1-\beta)(1-\alpha)b(1-v_{\tau})^{\alpha} - \rho] = (1-\beta)b(1-v_{\tau})^{1-\alpha} \quad (31a)$$

$$g_{\phi} = \frac{1}{\sigma} [b(1-v_{\phi})^{\alpha}(1-\alpha) - \rho] = (1-\beta)b(1-v_{\phi})^{1-\alpha} \quad (31b)$$

式(28a)為在只有所得稅融通下的經濟成長率，並可得知最適的資本投資比例， $v_{\tau}^*$ ；式(28b)為在只有貨幣稅融通下的經濟成長率，且可得最適的資本投資比例， $v_{\phi}^*$ 。

由上兩式可知，式(28a)等號右邊的值小於式(28b)的值，所以得報  $v_{\tau}^* > v_{\phi}^*$  的結果。又等號兩邊在長期均衡時即為經濟成長率，在所得稅融通下的資本投資比例會比在貨幣稅融通下的資本投資比例大，因此可知  $g_{\tau} < g_{\phi}$ 。也就是貨幣稅融通下的成長率優於所得稅融通。

**命題五：由經濟成長率的觀點，政府支出以鑄幣稅融通優於所得稅融通。**

其背後經濟意義說明如下：如以所得稅融通，雖然造成資源流向 X 部門，透過外部性使得 Y 部門的邊際產出增加，但因為所得稅本身即造成稅後的邊際產出減少，而此效果強於前者，造成經濟成長率下滑。如以鑄幣稅融通，資源會由 X 部門流向 Y 部門，透過外部性使得邊際產出減少，所以經濟成長率下滑。兩種融通方式比較結果，因為所得稅所造成稅後邊際產出減少的直接效果較強，因此在此經濟體系下，貨幣融通仍然優於所得稅融通。

此結果與 Palivos 和 Yip (1995)、Espinosa-Vega 和 Yip (1999,2002)及 Ho, Zeng 和 Zhang (2007)的結果相呼應，不同的是背後的機制不同。如 Palivos 和 Yip (1995)中貨幣不中立性的來源是購買資本也需要貨幣。Espinosa-Vega 和 Yip (2002)引進不完全的金融市場，使得貨幣不具有中立性。Ho, Zeng 和 Zhang (2007)考慮勞動的選擇行為及生產外部性，促使貨幣具有實質效果。而本文是透過兩部門模型的設計，因為兩部門間資源的流動，造成貨幣具有實質效果。



## 第五章 結論

本文延續 Ho, Zeng 和 Zhang (2007)的模型架構，延伸為兩部門模型，仍保留生產外部性的設計但無勞動供給的行為。從經濟成長的角度，比較所得稅與貨幣融通方式的優劣。發現與 Palivos 和 Yip (1995) 與 Espinosa-Vega 和 Yip (1999,2002)及 Ho, Zeng 和 Zhang (2007)一致，雖然兩種融通方式皆不利於經濟成長，但貨幣融通優於所得稅融通。

本文仍有很多的面向可以改進，如傳統文獻也有從社會福利的觀點，比較兩種融通方式，這是本文未來可立即改進之處，比較在長期均衡下，兩種融通方式下的福利水準。另外在兩部門的設計中，所以的政策僅侷限於資本財部門的討論，忽略了消費財部門的討論，為了使文章更完整，可考慮加入消費財部門的所得稅，及消費財的產出也可作為累積貨幣之用。

## 參考文獻

### 一、 中文部份：

陳明朗(1999)，《經濟成長》。台北：華泰。

### 二、 英文部分：

Barro, Robert J.(1990)“Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth.” *Journal of Political Economy*, 98, 103-125.

Barro, Robert J.and Sala-i-Martin, X.(1992)“Public Finance in Models of Economic Growth.” *Review of Economic Studies* , 59, 645-661.

Barro, Robert J. and Sala-i-Martin, X.(1995), *Economic Growth*. New York : McGraw-Hill.

Cass, David.(1965) “Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation.” *Review of Economic Studies* , 32, 233-240.

Cole, Harold L., and Alan C. Stockman.(1992) “Specialization, Transactions Technologies, and Money Growth.” *International Economic Review*, 33, 283-98.

Domar , Evsey D.(1946) “Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment.” *Econometrica*, 14, 137-147.

Espinosa-Vega, Marco A., and Chong K. Yip.(1999) “Fiscal and Monetary Policy Interactions in a Endogenous Growth Model with Financial Intermediaries.” *International Economic Review*, 40, 595-615.

Espinosa-Vega, Marco A., and Chong K. Yip.(2002) “Government Financing in an Endogenous Growth Model with Financial Market Restrictions. ” *Economic Theory*, 20, 237-257.

Friedman, Milton.(1969) *The Optimal Quantity of Money and Other Essays*. Chicago : Aldine.

Futagami, Koichi, Yuichi Morita, and Akihisa Shibata.(1993) “Dynamic Analysis of an Endogenous Growth Model with Public Capital. ” *Scandinavian Journal of Economics*, 95,607-625.

Gillman, Max.(1993) “The Welfare Cost of Inflation in Cash-in-Advance Economy with Costly Credit. ” *Journal of Monetary Economics*, 31, 97-115.

Harrod , Roy F.(1939) “An Essay in Dynamic Theory. ” *Economic Journal*, 49, 14-33

Holman and Neanidis.(2006) “Financing Government Expenditures in an Open Economy. ” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 30, 1315-1337.

Kimbrough, Kent P.(1986) “The Optimal Quantity of Money Rule in the Theory of Public Finance. ” *Journal of Monetary Economics*, 18, 277-84.

Koopmans, Tjalling C.(1965) “On the Concept of Optimal Economic Growth. ” In *The Econometric Approach to Development Planning*. Amsterdam : North Holland, 1965.

Lucas, Robert E., Jr.(1988) “On the Mechanics of Economic Development. ” *Journal of Monetary Economics*, 22, 3-42.

Palivos, Theodore, and Chong K. Yip.(1995) “Government Expenditure Financing in an Endogenous Growth Model : A Comparison. ” *Journal of Money, Credit and Banking*, 27, 1159-78

- Prescott, Edward C.(1987) “A Multiple Means-of-Payment Model. ” In *New Approaches to Monetary Economics : Proceedings of the Second International Symposium in Economic Theory and Econometrics*, edited by William A. Ramsey, Frank.(1928) “A Mathematical Theory of Saving. ” *Economic Journal*, 38, 543-559.
- Rebelo, Sergio(1991) “Long-run Policy Analysis and Long run Growth. ” *Journal of Political Economy*, 99, 500-521.
- Romer, Paul M.(1986) “Increasing Returns and Long-Run Growth. ” *Journal of Political Economy*, 94, 1002-1037.
- Schreft, Stacey L.(1992) “Transaction Costs and the Use of Cash and Credit. ” *Economic Theory*, 2, 283-94.
- Sidrauski, Miguel.(1967) “Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy. ” *American Economic Review*, 57, 534-544.
- Solow, Robert M.(1956) “A Contribution to the Theory of Economic Growth. ” *Quarterly Journal of Economics*, 70,65-94.
- Stockman, Alan C.(1981) “Anticipated Inflation and the Capital Stock in a Cash-in-Advance Economy. ” *Journal of Monetary Economics*, 8, 387-393.
- Turnovsky, Stephen J.(2000) “Fiscal Policy, Elastic Labor Supply, and Endogenous Growth .” *Journal of Monetary Economics*, 45, 185-210.
- Wai-Ming Ho, Jinli Zeng and Jie Zhang.(2007) “Inflation Taxation and Welfare with Externalities and Leisure. ” *Journal of Money, Credit and Banking*, 39,105-131.