

中國文化大學 102 學年度暑假轉學招生考試

系組：化學工程與材料工程學系二、電機工程學系二、機械工程學系二年級

日期節次：7 月

25 日第 1 節 09:00-10:20

科目：微積分

一、填充題(共七題,每題 10 分,請依題號順序將答案書寫於答案紙上,
不需要寫出計算過程。)

1. 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^x}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 令函數 $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$, 若方向導數 $D_{\vec{v}}f(1, -1)$ 為最大值,
則其單位向量的方向 $\vec{v} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. $\left[\frac{d}{dx} \left(\int_0^{x^2} \sqrt{1+t^2} dt \right) \right] \Big|_{x=2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 極限 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 逐次積分 $\int_0^1 \int_0^x (3 - x - y) dy dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(4n-3)(4n+1)} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 瑕積分 $\int_1^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、計算題(共三題,每題 10 分,請依題號順序清楚的寫出每一題的計
算過程。)

8. 求逐次積分 $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (x^2 + y^2) dy dx$ 之值。

9. 求函數 $f(x, y) = xy$, 限制於橢圓 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ 上的最大值。

10. 求積分 $\int \frac{2x+1}{(x+1)^2} dx$ 。