

中國文化大學 100 學年度轉學招生考試

系組：化材系、電機系、機械學系 二年級

日期節次：7 月 27 日 第 1 節 09:00-10:20

科目：微積分 (29-123)

V-7-3

一、填充題(共七題，每題 10 分，請依題號順序將答案書寫於答案紙上，不需要寫出計算過程。)

1. 令函數 $f(x, y, z) = 3xysin z$ ，則其在點 $P\left(1, 2, \frac{\pi}{2}\right)$ ，沿著方向

$\vec{v} = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ 的方向導數為_____。

2. 若 $w = x^2y + z^2$ ， $x = \rho \sin \phi \cos \theta$ ， $y = \rho \sin \phi \sin \theta$ ，

且 $z = \rho \cos \phi$ ，則 $\left. \frac{\partial w}{\partial \theta} \right|_{\rho=2, \theta=\pi, \phi=\frac{\pi}{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 定積分 $\int_{-2}^2 (|x+1| + |x|) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4. 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{1+2x} - e^{1-x}}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 極限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 瑕積分 $\int_{-\infty}^0 x^2 e^{x^3} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. $\sum_{n=2}^{\infty} \ln\left(\frac{n(n+2)}{(n+1)^2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、計算題(共三題，每題 10 分，請依題號順序清楚的寫出每一題的計算過程。)

8. 求逐次積分 $\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^2 \sqrt{x^2+y^2} dz dy dx$ 之值。

9. 令函數 $f(x, y) = x^2 - xy + y^3 - y$ ，求其所有的相對極值點與鞍點的 x 與 y 座標。

10. 求定積分 $\int_0^{\pi/6} 6 \tan^3(2x) \sec(2x) dx$ 之值。