

系所組：機械工程學系數位機電碩士班乙組、丙組

日期節次：101 年 3 月 17 日 第 2 節 10:30~12:00

科目：工程數學

1. 請將下列方程組以矩陣形式寫出，同時回答下列問題 (20%)

$$\begin{cases} 2x^6 + 3x^2 + 2x + 1 = 10. \\ 10x^4 + 8x + 8 = 6 \\ 4x^3 + 10x + 9 = 8 \end{cases}$$

請問 (1) 若矩陣以 $A_{m \times n}$ 表示，請問 $m = ?$, $n = ?$

(2) 請問 $A_{3 \times 2}$, $A_{2 \times 3}$, $A_{1 \times 4} = ?$

2. 以下何者為真，A 為一矩陣 (10%)

(1) $(A^T)^T = A$.

(4) $A_{n \times m} \cdot B_{n \times m} = C_{n \times m}$.

(2) $(AB)^T = B^T A^T$

(5) $A_{n \times m} B_{m \times n} = C_{n \times m}$

(3) $(AB)^T = A^T B^T$

(6) $A_{n \times m} B_{m \times n} = C_{n \times n}$.

3. 試求下列方程組之反矩陣 A^{-1} ，同時利用矩陣法求出 x_1, x_2 . (20%)

$$\begin{cases} 4x_1 + 6x_2 = 6 \\ 5x_1 + 9x_2 = 18 \end{cases}$$

4. 若 $y' = 1 + y^2$, $y(0) = 0$, 試求出 $y_1(x)$, $y_2(x)$, $y_3(x) = ?$ (10%)

5. 若 $f(t)$, $g(t)$ 為 t 時間函數， a, b 為常數，則 $\mathcal{L}\{af(t) + bg(t)\} = a \cdot \mathcal{L}\{f\} + b \cdot \mathcal{L}\{g\}$ 此式稱為？，此等式成立之條件為？ (10%)

6. 若一物體之運動方程式 $y'' + 2y' + 5y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = -4$. (30%)

且 $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 2s + 2}\right) = \cos 2t$, $\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{2}{s^2 + 2s + 2}\right) = \sin 2t$.

試求 $y(t) = ?$