

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

電聯車主動式懸吊系統研究

On the Active Suspension System of MRT Vehicles

計畫編號：NSC 89-2212-E-034-004

執行期限：88年8月1日至89年7月31日

主持人：吳俊仲 中國文化大學機械系

一、中文摘要

本研究使用 root locus 的方法，研究電聯車主動式懸吊系統。並找出比例增益值、微分增益值及阻尼對系統的影響。

關鍵詞：軌道車輛、懸吊系統

Abstract

This research uses the method of root locus to analyze the active suspension system of MRT vehicles. The effects of gains and damper are investigated.

Keywords: Rail vehicle, suspension

二、前言

捷運系統是非常便捷的大眾運輸工具，但列車行駛時，來自車輛與軌道之間相互作用，所產生的振動常造成車內乘客的不舒適感，這往往阻礙了人們使用捷運系統的意願；而振動所產生的噪音也對鄰近地區人們的生活造成干擾。另外這振動對鐵軌所造成的動態力量也會影響車輪與軌道的壽命。

捷運車輛行駛可能產生的振動來源可分為 1. 列車本身設備產生的振動 2. 車輛與軌道之間相互作用所產生的運動。因為

振動所造成的影響相當深遠，所以列車的振動是人們所關心的議題。

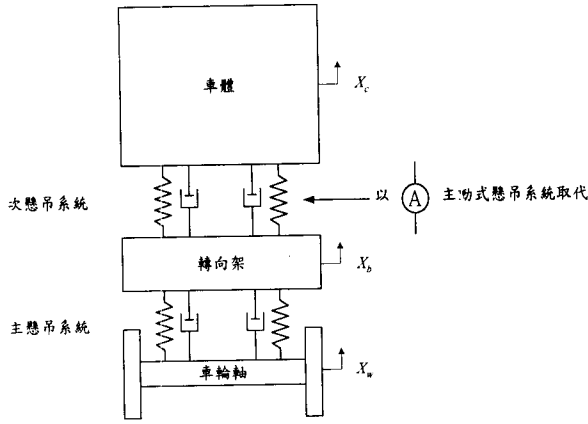
要防制捷運系統振動的方式有許多，如(1)降低車輛和鐵軌的振動(2)改進鐵軌系統(3)提供減振設備等。而提供減振設備則包含了懸吊系統的瞭解與設計，可分為主動式懸吊系統與被動式懸吊系統二方面的研究。被動式懸吊系統這是較常採用的傳統方式，往往假設為固定的彈簧係數與阻尼係數來代表，可利用不同特性的懸吊系統來改良系統的輸出，但這種方式並無法因路況的改變而改變。捷運車輛懸吊系統則可以以主動式懸吊系統取代原有的被動式懸吊系統，而這主動式懸吊系統即是一致動器，加入控制理論致動器可由微處理器來控制其運動，達到隨時控制系統特性的目的。因科技的進步，致動器與微處理器的價格大幅降低，使得這種作法更為經濟可行，應用在捷運系統上相當普遍，但應用在懸吊系統上則仍相當有限。

本研究將利用[3][4]所建立的數學模式，進行探討主動式懸吊系統的減振效果，以及將列車懸吊系統以主動式懸吊系統取代時所能獲得的優勢。

三、數學模式的建立

為了瞭解車輛的動態特性及振動的傳遞，在[3][4]已建立了車輛的垂向與側向

的動態數學模式，提供了列車減振研究的數學模式基礎。



圖(一)

車輛系統模擬成由車體、轉向架與車軸等部份組成。車體與轉向架主要以二次懸吊系統連接，轉向架與車軸主要以主懸吊系統連接。軌道對系統提供擾動或激振而這是互相作用亦即是車輛對軌道的作用力。為瞭解車輛與鐵軌的相互作用的動態反應，整個系統的模式不宜過於複雜。一般捷運車輛，包含車體，前後端二個轉向架，每個轉向架包含二組車軸，四個車輪。

所建立的數學模式中作若干假設，舉例如下：

- (1) 車體、轉向架和車輪均為剛體，質量集中於質量中心(分別是 CG_c, CG_b, CG_w)，其質量分別是 m_c, m_b, m_w 。
- (2) 車體、車輪和轉向架允許 y (上下)方向的直線運動。
- (3) 主懸吊系統與次懸吊系統假設為可簡化成是由彈簧和阻尼器組成，分別置於質量中心左方和右方。主懸吊系統與次懸吊系統均為線性，彈簧和阻尼器據有垂直方向的特性。
- (4) 每個自由度相關的運動很小，而在

運動方程式中僅包含線性項。

其他關於軌道與車輪亦有若干假設。

我們可以將車體、轉向架和車輪建立一個系統。整個系統初步假設為三個自由度受到來自軌面變化的動態系統。本系統可利用力學運動方程式分析方法導得運動方程式，其運動方程的一般式為

$$\ddot{\Phi} + M^{-1}C\dot{\Phi} + M^{-1}K\Phi = M^{-1}K_w\bar{X}$$

即令 $X_1 = \Phi, X_2 = \dot{\Phi}$ 寫成狀態方程式

$$\dot{X} = AX + B\bar{X}$$

其中

$$X = \begin{bmatrix} \Phi \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} O & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} O \\ M^{-1}K_w \end{bmatrix}$$

O 為 3×3 零矩陣， I 為 3×3 單位矩陣， X 為 6×6 矩陣，系統運動方程式(2)作為懸吊系統為被動式的動態分析的基礎。

四、主動式懸吊系統

主動式懸吊系統將取代原有被動式懸吊系統(請參考圖(一))，但電聯車其他部份均無改變，所謂主動式懸吊系統表以致動器取代原有的彈簧與阻尼，並且該致動器的頻寬相當寬，至少在 20、30Hz 以上。整個電聯車若以主動式懸吊系統取代，而其他與原有的系統相同時。整個系統的數學模式可以以下式表示

$$\ddot{\Phi} + \bar{M}^{-1}\bar{C}\dot{\Phi} + \bar{M}^{-1}\bar{K}\Phi = \bar{M}^{-1}K_w\bar{X} + \bar{M}^{-1}F$$

其中 $\bar{M}, \bar{C}, \bar{K}, K_w$ 為 3×3 矩陣，分別為質量、阻尼係數、彈性係數所組成， F 為主動式懸吊系統的輸出，也就是對車體和轉向架的輸入。

為了建立 F ，這裡將參考[6]的控制策略，假設車體的垂直位置是可以量測得到的。使用一個比例微分積分(PID)控制器，轉換致動器的作用力輸出，如下

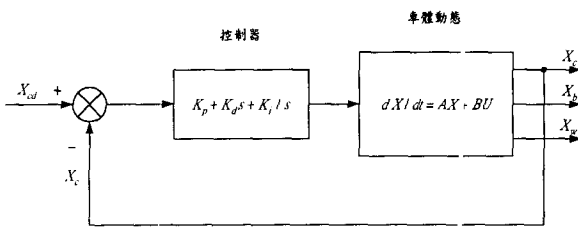
$$F(s) = -(K_p + K_d s + \frac{K_i}{s})\phi(s), \quad (4)$$

其中 K_p 是比例增益， K_d 是微分增益， K_i 是積分增益， s 是 Laplace 變數。從方程式(2)~(4)中可以觀察出，此一車體垂直位置回饋控制， K_p 與 K_d 相當於被動式懸吊系統的彈簧與阻尼係數， K_i 則是一積分器，控制方塊圖如圖(二)所示，即量測車體垂直位置 x_c 和車體要求的垂直位置 x_{cd} 比較(車體的座標定在車體質心， $x_{cd}=0$)，而其差量經控制器輸入車體改變車體的動態。

本文進行研究時，即將懸吊系統以致動器取代，這時在方程式(3)之 \bar{C} 和 \bar{K} 矩陣假設為零。並將方程式(4)代入方程式(3)，並以狀態方程式表示，其結果如下

$$\dot{X} = AX + BU$$

使用高雄捷運系統車輛之特性基本規劃，做為模擬分析所需之基本參數，如車重、大小、尺寸等，請參考附錄(一)。

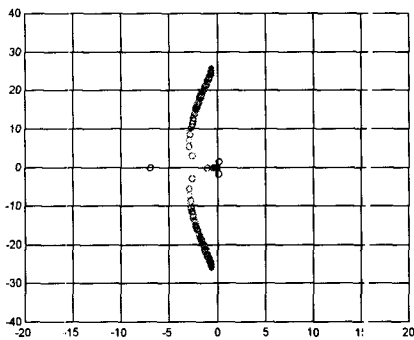


圖(二)

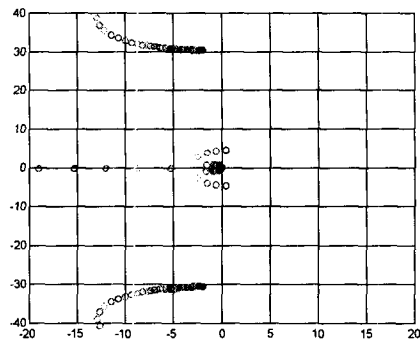
五、特徵值分析

本研究是探討控制器內比例、微分和積分增益的變化對系統動態反應的影響，因為本研究的數學模式是線性系統，所以線性理論提供一非常有用的分析工具。進行這方面研究時特徵值分析是最常用的。

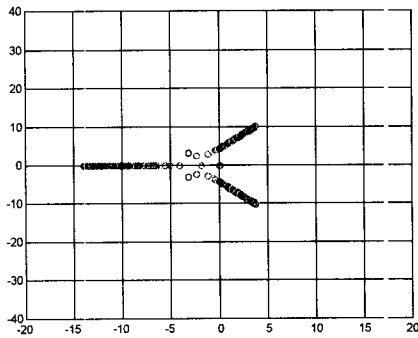
$|sI - A| = 0$ 為方程式(5)的特徵方程式， $|sI - A| = 0$ 將用來探討閉合迴路系統中，不同 PID 增益對控制器特性的影響。首先 K_d 、 K_i 將設為定值，分別為 $39000 \text{ N/m} \cdot 1e^5 \text{ N/sm}$ ，探討 K_p 變化時($0 \sim 1e^7$) N/m ，對系統所產生的影響，模擬結果如圖(三)所示，增加比例增益值，將使系統的自然頻率增加，阻尼降低，當 K_p 越增大時，系統特徵值越向 s 的右半平面逼近，也就是特徵值實部從負將變為正數，這時造成系統趨近不穩定， K_p 值增大，亦即指彈簧越硬；當 $K_p = 0.12e^6 \text{ N/m}$ 、 $K_i = 1e^5 \text{ N/sm}$ ，而 K_d 變化時($0 \sim 1e^6$) Ns/m 系統的反應，模擬結果如圖(四)所示，增加微分增益值，則使得系統之自然頻率降低，阻尼增大， K_d 增加也就是增加阻尼，增加阻尼即是讓系統的暫態反應很快能趨於穩態。



圖(三)



圖(四)



圖(五)

上述現象的預期與[3]中被動式懸吊系統特性分析的結果，大體趨勢基本上完全一致。當 $K_p=0.12e^8 \text{ N/m}$ 、 $K_d=39000 \text{ Ns/m}$ ，而 K_i 變化時($0 \sim 1e^7$) N/sm ，探討系統的反應，模擬結果如圖(五)所示，增加積分增益值，則用來消除車體垂直位置穩態誤差，同時降低阻尼值，但持續增加增益最終將使得系統不穩定，從圖(五)中可發覺當 K_i 超過某一程度後系統即不穩定，也就是特徵值實部變為正數。從以上分析，可知在不同的增益下，系統的反應，並可探討系統穩定度。

六、結語

捷運車輛懸吊系統可以以主動式懸吊系統取代原有的被動式懸吊系統，而這主動式懸吊系統即是一致動器，加入控制理論致動器可由微處理器來控制其運動，達到隨時控制系統特性的目的。因科技的進步，致動器與微處理器的價格大幅降低，使得這種作法更為經濟可行，應用在捷運系統上相當普遍，但應用在懸吊系統上則仍相當有限。

本試驗以主動式懸吊系統取代傳統被動式懸吊系統，而這控制系統以簡單的 K_p 、 K_d 、 K_i 即比例、微分和積分增益組成。本研究並探討在不同的 K_p 、 K_d 、 K_i 值之下系統的動態反應，得到的結論如下。增加

比例增益值，將使系統的自然頻率增加，阻尼降低；增加微分增益值，則使得系統之自然頻率降低，阻尼增大。上述現象的預期與[3]中被動式懸吊系統特性分析的結果，大體趨勢基本上完全一致。增加積分增益值，則用來消除車體垂直位置穩態誤差，同時降低阻尼值，但持續增加增益最終將使得系統不穩定。

七、參考文獻

- [1]林仁生、陳勇全，「電聯車之動態界限與月台間隙」，*機械月刊*，第276期，第326-330頁，1998。
- [2]林仁生、陳勇全，「捷運系統列車性能模擬」，*機械工業雜誌*，第184期，第197-203頁，1998。
- [3]林仁生、陳勇全、吳俊仲，「電聯車懸吊系統垂直方向特性分析」，*機械工業雜誌*，第185期，第250-257頁，1998。
- [4]林仁生、陳勇全、吳俊仲，「電聯車垂向與滾轉動態分析」，*機械技術雜誌*，第163期，第180-187頁，1998。
- [5]林仁生、陳勇全、黃世疇，「懸吊系統側向動態行為與月台間隙探討」，*中華民國第二十二屆全國力學會議*，台南，12月，vol. 3，第127-133頁，1998。
- [6]Zhiyum Shen, "The Dynamics of Vehicles on Roads and on Tracks", *Supplement to Vehicle System Dynamics*, Vol. 23, 1993, p. 312.
- [7]Newland D. E., *An Introduction to Random Vibrations and Spectral Analysis*, 2nd edition, 1984, (longman Group, London)

八、附錄

車體質量 12090 kg

轉向架質量 7720 kg

輪軸質量 1268 kg

赫茲接觸彈簧剛度 $1.4 \times 10^9 \text{ (N/m)}$

主懸吊彈簧剛度 $4.32 \times 10^6 \text{ (N/m)}$

次懸吊彈簧剛度 $0.12 \times 10^6 \text{ (N/m)}$

軌道與輪軸接觸阻尼 600 (N. s/m)

主懸吊彈簧阻尼 6000 (N. s/m)

次懸吊彈簧阻尼 39000 (N. s/m)