

中國文化大學 101 學年度暑假轉學招生考試

系組：機械工程學系三年級

日期節次：7 月 25 日第 1 節 09:00-10:20

科目：工程數學

U-1-3

1. 題目：微分方程式  $y' + y = 2$ 

問題：(1) 上述微分方程式為幾階(order)? 線性或非線性? (6)

(2) 求出該微分方程式的通解。(10)

2. 題目：二階微分方程式  $y'' + 6y' + 9y = 0$ 問題：(1) 上述微分方程式特徵方程式為  $\lambda^2 + a\lambda + b = 0$ ,  $a$  及  $b$  各為何? (5)(2) 由(1)的解可得知該微分方程式的二個解  $y_1(x)$  及  $y_2(x)$  應為(A) $\cos(3x)$  及  $\sin(3x)$ , (B)  $e^{-3x}$  及  $e^{3x}$ , (C)  $e^{-3x}$  及  $xe^{-3x}$  或(D) 以上皆非。(5)

(3) 求出該微分方程式的通解。(10)

3. 請回答下列有關向量( $\vec{F}$  與  $\vec{G}$ ) 的性質, 正確者答「是」, 反之答「否」。(15)(1)  $\vec{F} \cdot \vec{G} = \|\vec{F}\| \|\vec{G}\| \cos(\theta)$  ( $\bullet$  為向量內積,  $\theta$  為  $\vec{F}$  與  $\vec{G}$  的夾角),(2) 若  $\|\vec{F}\|^2 = 0$  則  $\vec{F} = 0$ ,(3)  $\vec{F} \times \vec{G} = \vec{G} \times \vec{F}$  ( $\times$  為向量外積),(4) 若  $\vec{F} \cdot \vec{G} = 0$  則  $\vec{F}$  與  $\vec{G}$  相互垂直,(5)  $\|\vec{F} \times \vec{G}\| = \|\vec{F}\| \|\vec{G}\| \cos(\theta)$ 。4. 題目：二矩陣  $A = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  與  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ 。問題：(1) 計算  $3A - 2B$ 。(6)(2) 計算  $AB$ 。(6)(3) 矩陣  $A$  及  $B$  何者為非奇異(nonsingular)矩陣? 說明理由? (6)(4) 求矩陣  $A$  及  $B$  的秩(rank), 即  $\text{rank}(A) = ?$ ,  $\text{rank}(B) = ?$  (6)5. 求出給定的拉普拉斯轉換(Laplace transform)  $L[3\cos t + e^{3t} + t^2]$ 。(15)6. 求出給定函數  $f(x) = |x|$   $-1 \leq x \leq 1$  的傅立葉級數(Fourier series)。(10)