

科目：微積分

每題 10 分

1(a) 此公式  $\frac{d}{dx}(f(x))^n = n(f(x))^{n-1}$  對不對(5 分)

(b) 若不對請改正(5 分)

2 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{100^n + 99^n + 1} = ?$

3 令  $y^3 - 3xy^2 + 3x^2y = 1$ ，求  $\left. \frac{d}{dy} x \right|_{(1,1)} = ?$

4 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_1^{e^x} \frac{1}{\sqrt{t^{100} + 1}} dt}{x} = ?$

5 求  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{100} x}{\sin^{100} x + \cos^{100} x} dx = ?$

6 求  $\frac{d}{dx} \ln \left( \sqrt[10]{\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}} \right) = ?$

7 求  $\int x \sin 10x dx = ?$

8 求  $\int_0^1 x^7 (1 - x^2)^9 dx = ?$

9 判別  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \ln n^2}{n}$  是否絕對收斂

10 求  $\int_0^1 \int_{3y}^3 e^{-x^2} dx dy = ?$