

1. 試求証在等溫运动中 ($\frac{dT}{dt} = 0$), 声波的速度為:

$$C = (gH)^{1/2} \quad \text{式內 } H = \frac{RT}{g} \quad (20\%)$$

2. 在斜压不穩定中, 若用兩層模式計算擾動波之速度 (C), 則可得下式

$$C = U_m - \frac{\beta (k^2 + \lambda^2)}{k^2 (k^2 + 2\lambda^2)} \pm \delta^{1/2}$$

$$\text{式內 } \delta = \frac{\beta^2 \lambda^4}{k^4 (k^2 + 2\lambda^2)^2} - \frac{U_f^2 (2\lambda^2 - k^2)}{(k^2 + 2\lambda^2)}$$

(a) 若上下兩層無流切時 (即 $U_f = 0$), 試求並討論你的結果 (10%)

(b) 若在 $\beta = 0$ 的條件下, 試求導臨界波長 L_c 之表式為何? (10%)

3. 已知 ω -Equation 可寫成下式:

$$\underbrace{\left(\nabla^2 + \frac{f_0^2}{\sigma} \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right)}_A \omega = \underbrace{\frac{f_0}{\sigma} \frac{\partial}{\partial p} \left[\underbrace{11q \cdot \nabla \left(\frac{1}{f_0} \nabla^2 \phi + f \right)}_B \right]}_B + \underbrace{\frac{1}{\sigma} \nabla^2 [11q]}_C$$

(a) 說明上式 B 項之物理意義 (10%)

(b) 請說明下式在天氣學上之意義

$$W \propto \begin{cases} \frac{\partial}{\partial \sigma} [-11q \cdot \nabla (T_g + f)] < 0 & \text{above } H \\ > 0 & \text{" } L \end{cases}$$

(10%)

(第一頁共二頁本試題採雙面印刷)

一、請依序號填入正確內容：(18%)

1. 未飽和之濕空氣可經由(1), (2) & (3)而達到飽和；各對應之飽和溫度稱為(4), (5) & (6)。相對濕度可以(7)估計之。
2. 大氣中以(8), (9) (10)及(11)為單位的基本因次(dimension)
3. 風場之空間分佈可解為(12), (13), (14), (15)四部份，其中可能包括(16), (17), (18)等三種單點。

二、梯度風比地轉風更接近實測的風。其式為：

$$(16\%) \quad R^{-1} V_g + f V_g = \alpha \frac{\partial \theta}{\partial n}$$

1. 請說明上式中的各種符號。
2. 在相同氣壓梯度條件下，請說明地轉風、反氣旋梯度風，以及氣旋式梯度風之大小關係。
3. 什麼是曲率效應？
4. 什麼是緯度效應？

三、在中緯度天氣系統中，斜壓不穩定扮演重要的角色。

(16%) 1. 請問在探討斜壓不穩定狀況時，基本上使用那兩條方程式？

2. 使用什麼方法將它們變成線性方程？

3. 如 β 與 c 均為常數，大氣圖上等高線與等溫線之振幅與相位，會隨那兩種因子的影響？

4. 根據上述原則，繪一具發展條件之 500hpa 高度場與溫度場之槽脊分布狀況示意圖。

(16%) 四、何謂 katabatic? 如果有一冷鋒在巴士海峽，距離馬公探空站約 250 公里，該鋒面斜率 $(1/200)$ 。請以每 500 公尺一個高空風報告，繪一風徑圖，並利用該圖說明 (1) 鋒區位置，(2) 鋒面強度，(3) 冷暖平流區，(4) 鋒面移動。

(14%) 五、拉氏(Lagrangian)溫度方程 $\frac{D\theta}{Dt} = -\gamma\theta + \bar{\kappa} \cdot (\frac{\partial \theta}{\partial t} + \bar{v} \cdot \nabla \theta) + \bar{\kappa} \cdot (\bar{v} \cdot \nabla \theta) + \bar{\kappa} \cdot \nabla \theta \cdot F_{net}$

(1) 準地轉條件下上式可寫成何種形式？

(2) 如 $S_g \approx \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \theta$ ，試將該式轉成定態方程，並圖示 $S_g > 0$ 之條件。

六、解釋下列名詞或簡答(須簡明扼要之文字敘述，可輔以數式)：

- | | |
|----------------------------|---|
| 1. barotropic atmosphere | 6. baroclinic atmosphere |
| 2. beta (β) effect | 7. pressure-volume solenoid |
| 3. El Niño | 8. 短波有較大的散度 D，為什麼？ |
| 4. ENSO | 9. 輻率方程 |
| 5. SOI | 10. 天氣圖中 $\bar{v} \cdot \nabla \theta$ D，為什麼？ |

1. 若 $9y \frac{dy}{dx} + 4x = 0$ 且 $y(3) = 2$ ，求解此微分方程式。(20%)

2. 若 $y'' - 2y' - 8y = 0$ 且 $y(0) = 1, y'(0) = 1$ (其中 $y'' = \frac{d^2y}{dx^2}, y' = \frac{dy}{dx}$)，求解此微分方程式。(20%)

3. 若 $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y = \cos x$ ，求解此微分方程式。(20%)

4. 求出矩陣 A 的固有值(eigenvalues)及固有向量(eigenvectors)。

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (20\%)$$

5. 求出週期函數 $f(x)$ 所對應的傅立葉級數(Fourier series)。(20%)

$$f(x) = \begin{cases} -k, & -\pi < x < 0 \\ k, & 0 < x < \pi \end{cases} \quad \text{且 } f(x+2\pi) = f(x)$$

(第一頁, 共一頁)

1. Continuity equation

10pts (a) Derive the integral form of continuity equation

15pts (b) Derive the differential form of continuity equation from (a) and, also, provide a detail explanation of your procedure and result.

2. potential flow

10pts (a) what are the basic assumptions for potential flow to exist:

(b) A velocity potential

$$\phi = \frac{a}{2}(x^2 - y^2), \text{ where } a \text{ is a constant}$$

10pt (i) Compute the two dimensional velocity and sketch the flow field.

10pt (ii) Compute the divergence and curl of the flow

15pt (iii) find the associated stream function

5pt 3. For a solid body rotation, the angular velocity $\vec{\omega} = \omega \hat{k}$, where ω is a constant, \hat{k} is the unit vector of z coordinate. Compute the ~~vorticity~~ vorticity and divergence.

5pt 4. (a) what is ^{the} circulation of a fluid flow?

10pt (b) what is the relationship between circulation and vorticity?

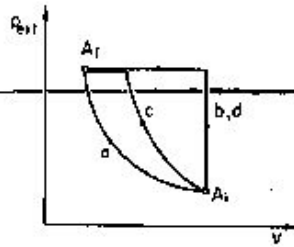
一、請解釋或說明下列名詞(每小題5分,本題共佔25分)

- (1) 熱力學第一定律 (first principle of thermodynamics)
- (2) 熱力學第二定律 (second principle of thermodynamics)
- (3) 卡諾循環 (Carnot Cycle)
- (4) 熵 (entropy)
- (5) 功 (work)

二、考慮如右圖之理想氣體等溫壓縮過程(由 A_1 到 A_2)，試求如下四步驟之
功(A)和熱(Q)變化量：(每小題10分,本題共佔40分)

- (a) 等溫可逆壓縮
- (b) 突然加壓到 $p_{ext} = p_1$, 然後
體積收縮
- (c) 絕熱可逆壓縮到 p_2 , 接著
可逆等壓冷卻
- (d) 等體積可逆增溫直到
 $p = p_2$, 接著等壓可逆減
溫收縮至 $V = V_2$

[註： p_{ext} 代表作用在系統上之
外壓力；理想氣體方程
 $pV = R^*T$, 其中 R^* 為宇
宙氣體常數、 T 為溫度]



三、壓力1000mb溫度300K之一公斤乾空氣被帶到235K和壓力為 p 之高空中

- (1) 若吾人知焓於此上升過程中增加了 $100 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ 則 p 值為何?
- (2) 最後之位溫 θ_2 為何?

[註：乾空氣之位溫定義為 $\theta = T \left(\frac{1000 \text{ mb}}{p} \right)^\kappa$, 其中 T 為溫度、 p 為壓力、

κ 為常數] (每小題10分,本題共佔20分)

四、內能、位能、和焓三者間之關係為何(本題佔15分)

(第一頁共一頁)