

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

## 以低維機構驅動的三維運動平台 研究成果報告(精簡版)

計畫類別：個別型  
計畫編號：NSC 98-2221-E-034-006-  
執行期間：98年08月01日至99年07月31日  
執行單位：中國文化大學機械工程學系

計畫主持人：鐘文遠

計畫參與人員：大專生-兼任助理人員：李文榮  
大專生-兼任助理人員：林雅婷

處理方式：本計畫可公開查詢

中華民國 99年10月13日

## 摘要

本計劃提出將平行操縱器與一平面機構加以結合的複合式平台，以執行 3D 物體導引的任務。平行操縱器為被動裝置且包含一運動平台以及三組支撐腿，支撐腿兩端皆為球接頭；平面機構上則設有一或二個驅動裝置；運動平台與平面機構亦以球接頭連接。該球接頭設置處的選擇，須符合於所有指定姿勢時，能有共平面的特性；隨著物體導引時，指定姿勢的數目變動，接頭點可設於任意處，或僅能於曲面、曲線、甚至某些特定點上做選擇。相同地，支撐腿的設置處，須符合於所有指定姿勢，能有共球面的特性。前述曲面方程、曲線及某些特定點的推導，皆於文中述及。使用本複合式平台執行物體導引，最多可指定六組姿勢。報告中列舉數個數值例以說明設計程序，並輔以模擬結果以驗證本複合式平台的功用。

關鍵詞: 複合式平台、3D 物體導引、姿勢、平行操縱器

## Abstract

A hybrid platform combining a parallel manipulator and a planar mechanism is proposed to execute the task of 3D body guidance. The passive parallel manipulator includes a moving platform and three legs with spherical joints at both ends. A planar mechanism is the driving unit and equipped with only one or two actuators. The joint between the moving platform and planar mechanism is also spherical. Its location must satisfy that all corresponding positions at different poses are on a plane. Depending on the number of poses assigned, the joint can be selected arbitrarily or from a surface, several curves, and a few points. Similarly, the character of the points for installing each leg is the corresponding positions are on a sphere. The derivation of relevant equations for these surfaces, curves, and points are presented. The moving platform can move up to six 3D poses assigned in sequence. Numerical examples with simulation results are given to illustrate the design process and performance of this hybrid platform.

**Keywords:** hybrid platform, 3D body guidance, poses, parallel manipulator

## 一 前言及文獻探討

為了達成諸如路徑演生及物體導引等運動需求，使用的機構最初以連桿組為主。隨著機電伺服系統及電腦控制的發展，近來多使用串聯式機械臂以及平行式運動平台等。以下略述各類機構及其優缺點。

連桿組機構的發展已有相當久的歷史[Beyer, 1963]，機構的合成可用製圖法[Tao, 1964]及數值法[Suh and Radcliffe 1978]以求得桿長、座標及相關資訊。此外連桿機構亦可由運動特性，區分為平面、球面[Chiang, 1988]及空間連桿機構[Hunt, 1978]等。平面連桿機構雖然物體僅能做平面運動，但其應用截至最近仍非常廣泛[徐正會, 2007; 洪芝青, 顏鴻森, 劉念德, 2007; Dong and Wang, 2007; Laribi, Mlika, Romdhane, and Zeghloul, S., 2004; Soh and McCarthy, 2007]。至於空間連桿，其應用如太陽能架[Comsit and Visa, 2007]及物體導引[Russel and Sodhi, 2002]等；由於需先選定某一特定空間連桿組，再以數值法求出桿長及相關座標；因而在設計及應用方面，難度頗高且受到相當的限制。

串聯式機械臂多應用於生產線上，諸如 PUMA560 及 Fanuc S-900W 等[Craig, 2005; Tsai, 1999]。若應用於如汽車製造等產業，以使用俱有五個或六個自由度的機械臂[Tsai and Morgan, 1985]為主。至於電子產業，由於動作較簡單，大多使用如 SCARA 等俱較少自由度的機械臂[Davis and Hofmeister, 1997; Genov G. et al., 2000]。串聯式機械臂雖俱多自由度，而能執行靈巧的搬運工作；但由於眾多驅動器的配置、動力傳輸方式、複雜的控制系統軟硬體 .. 等因素，造成其採購成本昂貴，且多高於百萬台幣以上，另外亦難以由使用者自行維修。

平行式運動平台，其平台連結有數個並列的支撐腿，並由其所支撐。最初由 Stewart 所提出[Stewart, 1963]，俱有六個自由度，可應用於飛行模擬訓練器等。之後便陸續發展出具較低自由度的平行式運動平台，如僅具四個自由度[Jaime, Jose and Alici, 2006]或三個平移自由度的 DELTA 平台[Laribi, Romdhane and Zeghloul, 2007]。該類平行式運動平台，雖能靈巧運動，但可達區間不大；為此，有雙組機器人的提出[Xi, Xu and Xiong, 2006]。另外，亦有針對平面需求而發展的俱三個自由度 [Li, Gosselin and Richard, 2006; Chung, 2005]或兩個自由度[Liu, Wang and Pritschow, 2006] 的平台。然而平行式運動平台，因俱有多個驅動器，同樣有系統複雜、成本高及難以自行維修等困擾。

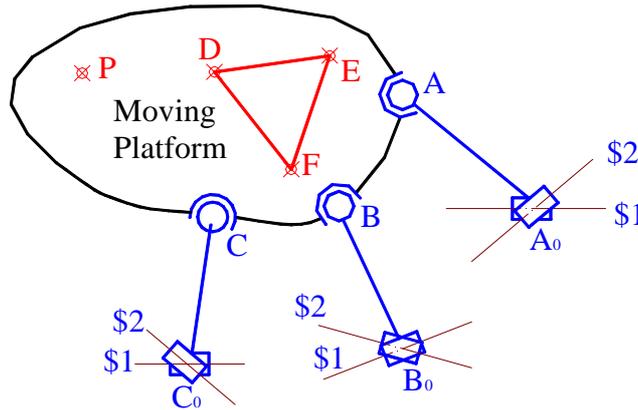
綜合三類機構的主要優缺點，可看出平面機構的應用已有許久歷史，而其設計合成的方法與理論已相當完備，惟其缺點為僅適於平面運動。而空間機械臂及運動平台，雖具多個驅動器與自由度以執行空間運動，但也造成系統複雜、價昂及高維護開支。本計劃提出整合兩類機構的優點：完備的平面機構合成方法與可執行空間運動的運動平台。該機構將以平面機構為驅動單元，以平面機構的特定耦桿點帶動空間運動平台，以執行特定三維運動。該機構將因俱有較少的驅動器，所以系統簡單、成本低且易維修。當與傳統連桿機構相較時，該平台因對於空間的運動需求，可簡易的完成其設計；且當運動需求變更時，亦能迅速得作調整，故具有相對的優勢。

## 二 研究方法及成果

一般機器平台皆以多個自由度為主[Tsai, 1999; Merlet, 2006]，以使平台可運動至任何位置與方位。本研究計畫則著重於如使用平面機構以驅動空間平台，並進行設計與合成的探討。其自由度或驅動器數目將如一般平面連桿組，僅有一個或二個。而功能則使運動平台可依序到達有限個特定位置與方位，使其能重覆執行特定的工作。

機構構想之一可如圖一所示，一空間運動平台以三組支撐腿與固定座連接。各組支撐腿各有如 A、B 及 C 處的球接頭或 S 接頭，以及如 A<sub>0</sub>、B<sub>0</sub>及 C<sub>0</sub>處的 U 接頭。該機構共有平台及三組支撐腿共四個運動件；各球接頭及 U 接頭分別為三個拘束及四個拘束；若計算該機構的自由度，則為  $6 \cdot 4 - 3 \cdot 3 - 3 \cdot 4 = 3$ 。另外，若平台上的 P 點位置亦指定，將使機構再減少 3 個自由度，成為無自由度的結構；亦即該機構將停駐於特定位置及方位。

從應用面而言，欲讓平台上的 D、E 及 F 三點可同時到達任意指定的位置與方位，該平台須有六個自由度以及六組驅動器。一般的設計為裝設 6 隻如圖一的支撐腿，且支撐腿長度為可變，亦即於 S 及 U 接頭間再裝設菱柱對。然而若平台的應用僅須依序經過幾個特定姿勢(包括位置與方位)，則可將機構大幅簡化及省去大部分的驅動器。如圖一的機構所示，當平台上的 D、E 及 F 三點處於一組指定的位置與方位時，因 A、B、C 及 P 同為平台上的點，該四點的位置因而可確定。同理，當指定更多組的 D、E 及 F 三點位置，或更多組的平台位置與方位時；亦將有對應的 A、B、C 及 P 等四點的位置。接著以圖一的機構的 A<sub>0</sub>A 支撐腿為例，可知其限制為各對應的 A 點皆須在以 A<sub>0</sub> 為圓心的球面上。同樣地，各對應的 P 點須在同一平面上。因此設計該機構的考量為符合前述要求，以下依三維姿勢的指定數目，分別說明如何設計合成支撐腳以及驅動機構。



圖一：機構示意圖

### 1. 指定二組姿勢:

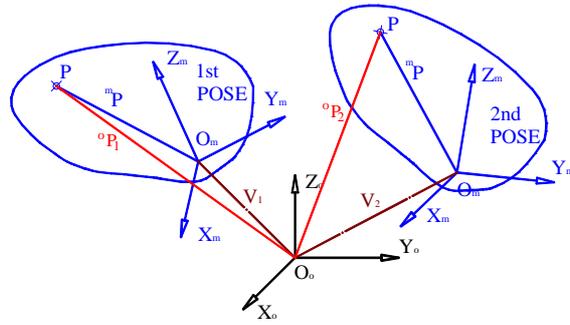
可於平台上任選 A、B、C 及 P 四點。通過 P<sub>1</sub> 及 P<sub>2</sub> 連線的任何平面，皆能為平面機構所在的平面，所以該平面仍有  $\infty^1$  種選擇。A<sub>1</sub> 及 A<sub>2</sub> 中垂面上的任何點皆可為點 A<sub>0</sub>，因此點 A 有  $\infty^3$  種選擇，而點 A<sub>0</sub> 有  $\infty^2$  種選擇。同理可適於其他支撐腿。

### 2. 指定三組姿勢:

可於平台上任選 A、B、C 及 P 四點。由點 P<sub>1</sub>、P<sub>2</sub> 及 P<sub>3</sub> 決定的平面，即為平面機構所在的平面。支撐腿部分，A<sub>1</sub>、A<sub>2</sub> 及 A<sub>3</sub> 可定義空間中的一圓與該圓所在平面，A<sub>0</sub> 僅需位於通過該圓的圓心且與該平面垂直的直線上。因此點 A 有  $\infty^3$  種選擇，而點 A<sub>0</sub> 只有  $\infty^1$  種選擇。同理可適於其他支撐腿。

驅動方式可於平台上任選 P 點，由 P<sub>1</sub>、P<sub>2</sub> 及 P<sub>3</sub> 所決定的圓的圓心，即可設置旋轉運動驅動器。若要由直線運動器來驅動，則需符合 P<sub>1</sub>、P<sub>2</sub> 及 P<sub>3</sub> 共線，亦即  $(P_2 - P_1)$  與  $(P_3 - P_1)$  成比例。如圖二所示，X<sub>0</sub>-Y<sub>0</sub>-Z<sub>0</sub> 為固定於大地的座標體系，X<sub>m</sub>-Y<sub>m</sub>-Z<sub>m</sub> 為固定於運動平台的座標系。當平台移動至指定的第一位置及方位時，座標系 X<sub>m</sub>-Y<sub>m</sub>-Z<sub>m</sub> 與 X<sub>0</sub>-Y<sub>0</sub>-Z<sub>0</sub> 間，可用一位移向量 V<sub>1</sub> 以及一個旋轉矩陣 R<sub>1</sub> 加以連結，且 V<sub>1</sub> 及 R<sub>1</sub> 皆為已知。因此若 P 點相對於 X<sub>m</sub>-Y<sub>m</sub>-Z<sub>m</sub> 座標系的座標為 <sup>m</sup>P，當平台於第 i 個位置與方位時，P 點相對於 X<sub>0</sub>-Y<sub>0</sub>-Z<sub>0</sub> 的座標用 <sup>0</sup>P<sub>i</sub> 表示，則

$${}^0P_i = R_i {}^mP + V_i \quad (1)$$



圖二：平台運動示意圖

若  $P_i$  座標由  $(P_{ix}, P_{iy}, P_{iz})$  表示，則可寫成如下關係式

若欲  $P_1$ 、 $P_2$  及  $P_3$  共線，則須符合

$$\frac{P_{2x} - P_{1x}}{P_{3x} - P_{1x}} = \frac{P_{2y} - P_{1y}}{P_{3y} - P_{1y}} = \frac{P_{2z} - P_{1z}}{P_{3z} - P_{1z}} \quad (2)$$

由(2)式可推得不相依的兩個方程式，各方程式皆代表二次的三維曲面，將兩者交集可得一曲線，稱為「共線點曲線」，曲線上任一點皆可選為  $P$  點，共有  $\infty^1$  種選擇。

### 3. 指定四組姿勢：

支撐腿部份，可於平台上任選點  $A$ ，點  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  及  $A_4$  可決定一球面，該球面的球心便可為點  $A_0$ 。因此點  $A$  有  $\infty^3$  種選擇，同理可適於其他支撐腿。

至於  $P$  點的選擇，將因  ${}^0P_1$ 、 ${}^0P_2$ 、 ${}^0P_3$  及  ${}^0P_4$  四點不一定共平面，其選擇將有所限制。須符合條件為以下矩陣的行列式值為零

$$\begin{vmatrix} {}^0P_1 - {}^0P_2 \\ {}^0P_1 - {}^0P_3 \\ {}^0P_1 - {}^0P_4 \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

若設  ${}^mP$  為  $(x, y, z)$ ，經由式(1)運算後， ${}^0P_i$  中的三項皆含變數  $x$ 、 $y$  及  $z$ ，且為一次，式(2)所代表的為一個三次方程的曲面，於此暫稱之為「共面點曲面」。熟習平面連桿設計者，不難聯想到，其與「圓心點曲線」或「圓周點曲線」有相類似的意義。因此設計時，只需於該曲面上任選一點為  $P$  點，便可進入平面機構的設計部分[蔣君宏,2002]；且  $P$  點有  $\infty^2$  個選擇。

例題一：移動平台上有  $D$ 、 $E$  及  $F$  三點，對應於設在移動平台上的座標系，其座標如表一所示。指定運動的四個姿勢如表二所列，其中旋轉順序依次為  $R_x$ 、 $R_y$  及  $R_z$ 。合成如圖一的機構，其中  $P$  點由平面四連桿帶動，使移動平台上的  $D$ 、 $E$  及  $F$  三點，能同時到達對應四個姿勢的座標。

表一：D、E 及 F 三點於移動平台上的座標

	x	y	z
D	1.00	5.00	6.00
E	4.00	1.00	4.00
F	0.00	1.00	5.00

表二：四個姿勢的運動數據

姿勢	平移			旋轉		
	x	y	z	$R_x$ (deg)	$R_y$ (deg)	$R_z$ (deg)
1	-1	5	3	-95	-20	5
2	-2	5.5	3	-100	-15	10
3	-3	6	3	-105	-10	20
4	-4	6	3	-110	-5	30

解： 1. 由表二的運動數據，可推得如式(1)的  $R_i$  及  $V_i$ ， $i=1\sim 4$ 。進而可推得 D、E 及 F 三點對應於四個姿勢的座標，如表三所列。

表三：D、E 及 F 三點對應於四個姿勢的座標

姿勢	D			E			F		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z
1	3.5503	5.8604	9.3682	-0.5611	2.5865	8.1944	-0.2906	6.6780	7.7625
2	1.9600	5.6020	9.8050	-2.2003	2.6929	8.0080	-1.6561	6.7791	7.9240
3	-0.3685	5.5964	10.4103	-4.2490	2.9937	-7.7331	-3.5176	7.0448	7.9639
4	-2.8614	5.2393	10.7540	-6.3103	2.9680	7.2976	-5.3915	6.9544	7.8117

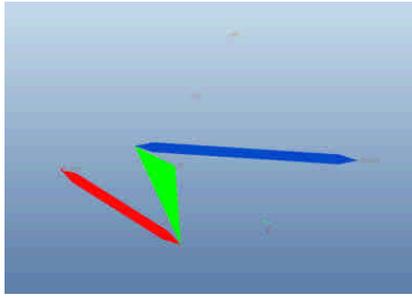
2. 於移動平台上任選一點 A，可得該點於四個姿勢時，相對於固定坐標系的座標  ${}^0A_i$  ( $i=1\sim 4$ )。進而求得  ${}^0A_i$  ( $i=1\sim 4$ ) 所在之球的球心及半徑，球心即為圖一的  $A_0$ ，而半徑為  $|A_0A_i|$ 。同理可得  $B_0$  和  $C_0$  及配合的半徑，結果列於表四。

表四：三組 S-S 連桿的數據

	於移動平台上座標	固定於基座的球心座標	連桿長度
連桿 $A_0-A$	A: [5.0, 3.5, -2.0]	${}^0A_0$ : [0.1702, -3.5441, 8.7821]	$ A_0A =6.7003$
連桿 $B_0-B$	B: [3.5, -3.5, -1.5]	${}^0B_0$ : [-3.4100, -0.5817, -4.2611]	$ B_0B =7.1665$
連桿 $C_0-C$	C: [6.0, -4.0, -1.0]	${}^0C_0$ : [-3.4190, -5.4475, -5.4163]	$ C_0C =10.5316$

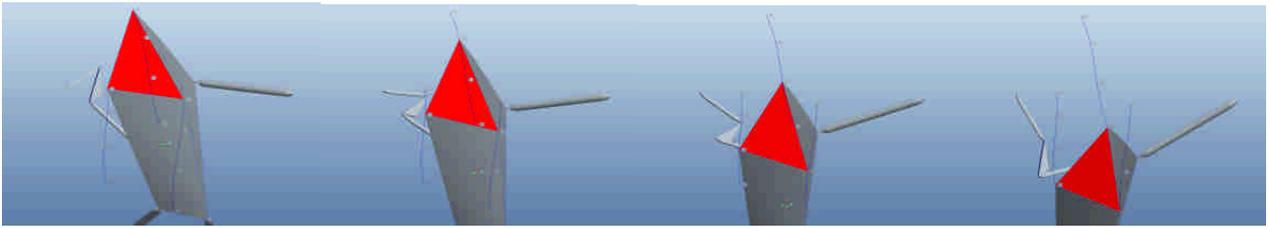
3. 設移動平台上任一點 P，對應於其上的座標系，其座標為  $P(x, y, z)$ 。藉由  $R_i$  及  $V_i$  ( $i=1\sim 4$ )，可得 P 點於四個姿勢時，相對於固定坐標系的座標  ${}^0P_i$  ( $i=1\sim 4$ )。代入式(3)，可推得一「共面點曲面」。由於曲面有兩個選擇自由度，或有  $\infty^2$  個答案；於此例指定  $x=0.0$  及  $z=2.0$ ，求得之點為 [0.0, 1.4008, 2.0]。對應四個姿勢的四點必在一平面上，其方程為  $1.0 \cdot x - 2.327 \cdot y + 11.918 \cdot z = 46.650$ 。

4. 接著可於前述平面上，進行平面四連桿組的合成。由於指定條件為四個耦桿點位置，設計自由度為五。當平面連桿組運動，耦桿點由  $P_i$  運動至  $P_j$ ，輸入桿旋轉角度設以  $\Delta\theta_{ij}$  表示。此例另指定  $\Delta\theta_{12} = \Delta\theta_{23} = \Delta\theta_{34} = 30^\circ$ ，因此僅剩兩個選擇自由度。其中一個選擇用於將輸入桿中心置於  $P_1$  及  $P_2$  的中垂線上，進而可求得輸入桿另一端點及其桿長。至此已得到耦桿的四個位置，於圓心點曲線或圓周點曲線上任選一點，可得到輸出桿的位置及尺寸。輸入桿、輸出桿、耦桿及機架的長度為 2.8941、4.4927、2.2080 及 5.9984；耦桿點位於距離 1.6009 及夾角  $-20.7267$  度之處。如圖三所示，為連桿組運動至第二位置處，左側紅色桿為輸入桿。



圖三：平面四連桿組於第二位置處

5. 將四連桿組、移動平台及三個 S-S 桿件加以組合後，可於 3D 軟體上進行運動模擬。圖四所示為移動平台分別於四個姿勢，證實僅需驅動四連桿組的輸入桿，便可使移動平台依序到達指定的位置及方位。



圖四：例題一的移動平台於四個姿勢

如例題一的運動，若欲僅由旋轉馬達及一桿件來直接驅動，則 ${}^0P_i$  ( $i=1\sim 4$ )除了須符合式(3)的「共面點曲面」，尚需共圓。共面且共圓的主要特徵，為任二點間的中垂面皆須通過圓心，且包含旋轉軸線； ${}^0P_i$ 所在平面的法線亦為旋轉軸線的方向。設若以下述方程式表示一個與 ${}^0P_i$ 和 ${}^0P_j$ 等距的中垂面

$$ax + by + cz + d = 0 \quad (4)$$

其中 $(a, b, c) = {}^0P_j - {}^0P_i$  且  $d = -({}^0P_j - {}^0P_i) \cdot ({}^0P_j + {}^0P_i) / 2$ 。由四點 ${}^0P_i$ 可建立如式(4)且不相依的中垂面方程式共三個。現在以 $a_i x + b_i y + c_i z + d_i = 0$  ( $i=1\sim 3$ )代表三個中垂面方程式。當其與 $z=0$ 的平面聯立時，由於三個中垂面的交集為通過圓心的旋轉軸線，該軸線將與 $z=0$ 的平面相交，因此需符合

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} = 0 \quad (5)$$

式(5)代表一最高為三次的曲面。此外，若 ${}^0P_i$ 點所在之平面平行於 $z$ 軸，雖四點不共圓，亦能符合式(5)。其說明為設若此平面法向量為 $(u, v, 0)$ ，則因 $(a, b, c) = {}^0P_j - {}^0P_i$ 必垂直於 $(u, v, 0)$ ，所以

$$a_i \cdot u + b_i \cdot v = 0 \quad (6)$$

亦即 $(a_i, b_i)$ 皆與 $(u, v)$ 垂直。而式(5)中的 $a_i x + b_i y + d_i = 0$ 成為三條平行的直線，因此可滿足式(5)。為解決前述出現無法共圓解的問題，可將三個中垂面再與 $x=0$ 或 $y=0$ 的平面相交，如

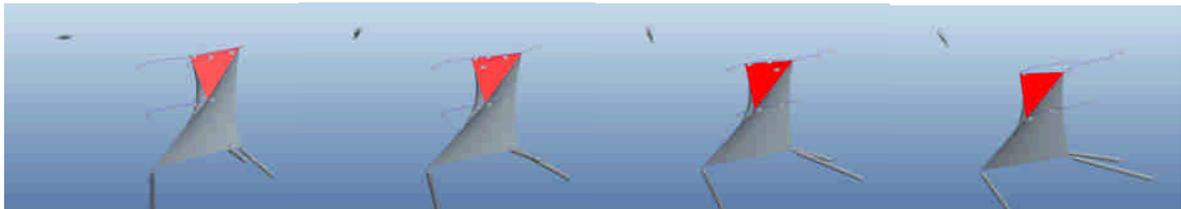
$$\begin{vmatrix} b_1 & c_1 & d_1 \\ b_2 & c_2 & d_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix} = 0 \quad (7)$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & c_3 & d_3 \end{vmatrix} = 0 \quad (8)$$

當式(3)與式(5)、式(7)及式(8)任二個式分別聯立，求得的兩組解的交集，理應能符合共圓的要求。

例題二: 如例題一之運動要求。合成如圖一的機構，其中 P 點由一旋轉桿件帶動，使移動平台上的 D、E 及 F 三點，能同時到達對應四個姿勢的座標。

- 解: 1. 如例題一的步驟 1 及 2，解得 D、E 及 F 三點需到達的座標，以及三組 S-S 連桿的相關位置及桿長。
2. 由於式(3)、(5)、(7)及(8)皆代表曲面，任二者交集後為曲線，代表仍有一選擇自由度。於此例中，設  $z=2$  後，將式(3)分別與式(7)及(8)聯立求解。於兩組解的共同者中，選擇合適的 P 點，得到於移動平台的座標為  $P = [-6.8854, -5.9965, 2.0]$ 。旋轉中心位於固定坐標系的  $[-6.8132, 13.0534, 0.4267]$  處，旋轉軸線的方向為  $[0.8945, 0.4471, -0.0061]$ ，桿長或旋轉半徑為 1.7241。
3. 將用以驅動的旋轉桿件、移動平台及三個 S-S 桿件加以組合後，於 3D 軟體上可進行運動模擬。圖五所示為移動平台分別於四個姿勢，圖片左上方桿件為唯一的旋轉驅動件，證實可將平台依序移動到達四個指定位置及方位。



圖五: 例題二的移動平台於四個姿勢

#### 4. 指定五組姿勢:

當指定的姿勢增至五個時，代表 A 點的選擇須符合五點  ${}^oA_i$  ( $i=1\sim5$ ) 能夠共球面。任兩點  ${}^oA_i$  可建立如式(4)的中垂面，前述五點  ${}^oA_i$ ，共可推導出共四個方程式，例如  ${}^oA_1$  和  ${}^oA_2$ 、 ${}^oA_2$  和  ${}^oA_3$ 、 ${}^oA_3$  和  ${}^oA_4$ 、以及  ${}^oA_4$  和  ${}^oA_5$ 。假設將該四個代表平面的方程式表示為  $a_i x + b_i y + c_i z + d_i = 0$  ( $i=1\sim4$ )，若欲該四個能交於一點，也代表該四個方程式需為相依，則需符合

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \end{vmatrix} = 0 \quad (9)$$

式(4)中  $a_i$ 、 $b_i$  及  $c_i$  為一次，而  $d_i$  實質亦為一次。因此(4)式所代表的曲面為一個最高為四次的方程式，暫稱之為「共球面點曲面」。在此「共球面點曲面」上，任取一點為 A、B 或 C 點，其選擇有  $\infty^2$  個；於指定的五個姿勢時所得到相對的五個點，將有共球面的特性。

至於 P 點的選擇要求，乃為五點  ${}^oP_i$  ( $i=1\sim5$ ) 能夠共平面。如同式(3)所代表為  ${}^oP_1$ 、 ${}^oP_2$ 、 ${}^oP_3$  及  ${}^oP_4$  能共平面的曲面，同理可推導如  ${}^oP_1$ 、 ${}^oP_2$ 、 ${}^oP_3$  及  ${}^oP_5$  能共平面的曲面。再將兩曲

面交集或兩方程式聯立，即可得到五點 ${}^0P_i$  ( $i=1\sim 5$ ) 能夠共平面的「共面點曲線」，且其選擇有 $\infty^1$ 個。此後再進入平面機構的設計部分。將兩組式(3)的方程式聯立時，需注意其中有不合適解。如前述，兩組曲面皆含 ${}^0P_1$ 、 ${}^0P_2$ 、及 ${}^0P_3$ 三點，若 $({}^0P_1-{}^0P_2)$ 平行於 $({}^0P_1-{}^0P_3)$ ，亦能使兩組式(3)皆符合，因此須加以排除。

例題三：指定運動的五個姿勢如表五所列。合成如圖一的機構，使移動平台上的 D、E 及 F 三點能依序同時到達所欲的位置。

表五：五個姿勢的運動數據

姿勢	平移			旋轉		
	x	y	z	$R_x$ (deg)	$R_y$ (deg)	$R_z$ (deg)
1	-1	5	3	-94	-20	5
2	-1.5	5.2	3	-98	-17	8
3	-2.5	5.5	3	-102	-14	15
4	-3.5	5.8	3	-106	-11	22
5	-4	6	3	-110	-8	25

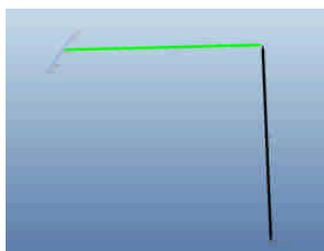
解：1. 決定如圖一的 A、B 及 C 三點時，可任選任一點的其中兩座標，再代入式(9)求第三個座標。於此例，z 座標皆設為-1，再指定 y 座標後，x 座標最多可得四個解。採用之 A、B 及 C 三點，於平台上的座標及連桿數據如表六所列。

表六：三組 S-S 連桿的數據

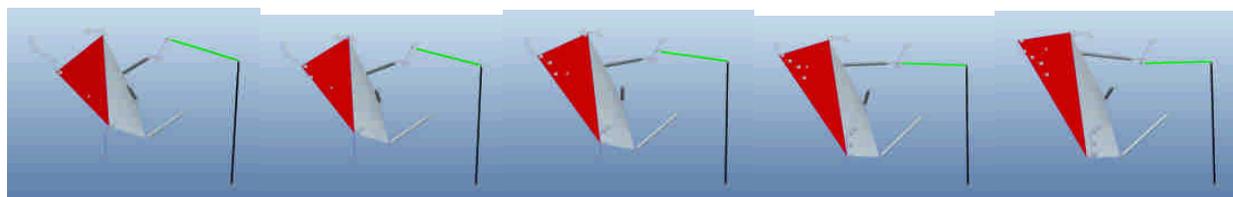
	於移動平台上座標	固定於基座的球心座標	連桿長度
連桿 $A_0-A$	A: [-9.2208, -2.0, -1]	${}^0A_0$ : [-3.8812, 11.2804, 2.7477]	$ A_0A =4.7782$
連桿 $B_0-B$	B: [-21.8489, 5.0, -1]	${}^0B_0$ : [2.9186, 11.9535, -0.5584]	$ B_0B =13.9576$
連桿 $C_0-C$	C: [-5.5090, -9.0, -1]	${}^0C_0$ : [-2.4786, 9.5379, -5.2114]	$ C_0C =8.4797$

2. 如圖一的 P 點，為兩個由式(3)所描述之曲面的交集。決定該點可任設其中的一座標，如此例設  $z=1.0$ 。因為式(3)為三次，可得 9 個解。但如前述，其中有三個符合 $({}^0P_1-{}^0P_2)$ 平行於 $({}^0P_1-{}^0P_3)$ ，需加以排除，因此最多有 6 個解。此例之 P 點於移動平台上的座標為 [-0.3373, 0.9675, 1.0]； ${}^0P_1$ 所在平面的方程為  $0.2217 \cdot x + 0.9625 \cdot y + 0.1562 \cdot z = 6.0049$ 。

3. 欲使 P 點依序到達五個指定位置，其平面機構的設計有多種選擇。可如例題一的四連桿組，指定  $P_i$  運動至  $P_j$  的輸入桿旋轉角度  $\Delta\theta_{ij}$ ，可得最多 12 組解[蔣君宏,2002]。亦可用具兩個自由度的五連桿組，簡易的利用兩個驅動器以到達各個 ${}^0P_i$ ；或者可採用兩桿件及兩自由度的機械臂。本例的平面驅動裝置如圖六所示，為兩桿件配合如凸輪的凹槽，該凹槽的軌跡即為連結 ${}^0P_1\sim{}^0P_5$ 的曲線；因此僅需於如圖的右下方裝置驅動器以帶動黑色桿件，綠色桿件的末端便可依序經過 ${}^0P_1\sim{}^0P_5$ 。進而如圖七所示，可帶動移動平台至指定的姿勢。



圖六：例題三的平面驅動裝置



圖七：例題三的移动平台於五個姿勢

### 5. 指定六組姿勢：

當指定六組姿勢時，其問題依然是選擇適當點為  $A$ 、 $B$  或  $C$ ，且  ${}^oA_i$  ( $i=1\sim6$ ) 能夠共球面；以及選擇適當點為  $P$ ，且  ${}^oP_i$  ( $i=1\sim6$ ) 能夠共平面。關於 6 點能否共球面，可由  ${}^oA_i$  ( $i=1\sim5$ ) 建立如式(9)的式子；另再取五點(如  ${}^oA_i$   $i=2\sim6$ )建立類似的式子。前述兩式子皆代表空間中的四次曲面。將兩曲面作交集取得的曲線，可稱為「共球面點曲線」。於其上可任取一點為  $A$ 、 $B$  或  $C$  點，其選擇各有  $\infty^1$  個；於對應的六個姿勢時的六個點，應有共球面的特性。

於對應的六個姿勢， ${}^oP_i$  ( $i=1\sim6$ )皆能共平面的  $P$  點，可仿式(3)建立三個方程式，得到三個曲面以聯立求解。雖然理論上而言，各曲面皆為三次，可求得至多 27 個解。但實際上，該 27 個解中，會存在非預期的解。有關三個方程式或三組四點共面的組合，依各點出現的次數，有如下四種類型

類型 一：3-3-3-1-1-1。表示三組四點共面的組合中，有三個點出現 3 次，另三個點僅出現 1 次。如(1, 2, 3, 4)表示  ${}^oP_i$   $i=1\sim4$  四點共平面，另二者可為(1, 2, 3, 5)及(1, 2, 3, 6)。因此只要  ${}^oP_1$ 、 ${}^oP_2$  及  ${}^oP_3$  三點共線，三個方程皆可滿足。此等三點共線的解便為前述非預期的解，由於三點共線有無限多個，因此不宜以此類型求解。

類型 二：3-3-2-2-1-1。其組合如(1, 2, 3, 4)、(1, 2, 3, 5) 及(1, 2, 4, 6)。若  ${}^oP_1$ 、 ${}^oP_2$  及  ${}^oP_3$  三點共線且(1, 2, 4, 6)共面成立，則雖點  ${}^oP_5$  不在平面上，該三式仍可成立。另外，若  ${}^oP_1$ 、 ${}^oP_2$  及  ${}^oP_4$  共線，則雖  ${}^oP_6$  不在平面(1, 2, 3, 5) 上，該三式仍可成立。前述兩組非預期解，基於三點共線及共面條件，各有至多 9 組非預期解，而需加以篩除。

類型 三：3-2-2-2-2-1。其組合如(1, 2, 3, 4)、(1, 2, 3, 5) 及(1, 4, 5, 6)。當  ${}^oP_1$ 、 ${}^oP_2$  及  ${}^oP_3$  三點共線且(1, 4, 5, 6)共面成立，則雖點  ${}^oP_2$  及  ${}^oP_3$  不在平面(1, 4, 5, 6)上，該三式仍可成立。此外，若  ${}^oP_1$ 、 ${}^oP_4$  及  ${}^oP_5$  三點共線且符合(1, 2, 3, 4)或(1, 2, 3, 5)共面，也就是(1, 2, 3, 4, 5) 共面且  ${}^oP_1$ 、 ${}^oP_4$  及  ${}^oP_5$  三點共線，亦可使三式皆成立。前述兩組非預期解，也各有至多 9 組非預期解。

類型 四：2-2-2-2-2-2。其組合如(1, 2, 3, 4)、(1, 2, 5, 6) 及(3, 4, 5, 6)。設若平面(1, 2, 3, 4)成立，且通過  ${}^oP_1$  與  ${}^oP_2$  的直線與  ${}^oP_3$  與  ${}^oP_4$  所定義的直線交於點  $Q$ ，如果點  $Q$ 、 ${}^oP_5$  及  ${}^oP_6$  等三點共線，則將為非預期解。

例題四：指定運動的六個姿勢如表七所列。合成如圖一的機構，使移動平台上的  $D$ 、 $E$  及  $F$

三點能依序同時到達所欲的位置。

表七: 六個姿勢的運動數據

姿勢	平移			旋轉		
	x	y	z	$R_x$ (deg)	$R_y$ (deg)	$R_z$ (deg)
1	-1	5	3.0	-94	-20	5
2	-1.5	5.2	3.2	-98	-17	8
3	-2.5	5.5	3.4	-102	-14	15
4	-3.5	5.8	3.4	-106	-11	22
5	-4	6	3.2	-110	-8	25
6	-4.5	6.1	3.0	-114	-5	28

解: 1. 決定如圖一的 A、B 及 C 三點時, 可任選任一點的其中一座標, 再代入兩個如式(9)的方程以聯立求解。由於式(9)為四次方程, 共有 16 組解; 然其中有不適當的解。如  ${}^0A_i$  分別為  $i=1\sim5$  及  $i=2\sim6$ , 則若  ${}^0A_i$  ( $i=2\sim5$ ) 為共圓, 亦可使兩個式(9)皆符合, 可是卻無法六點共球面。因此對於求得的實數解, 仍須加以篩選。於此例, 指定 z 座標, 再求 x 及 y 座標。採用之 A、B 及 C 三點, 於平台上的座標如表六所列。

表八: 三組 S-S 連桿的數據

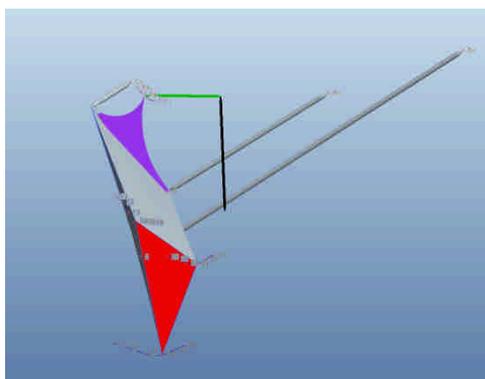
連桿	於移動平台上座標	固定於基座的球心座標	連桿長度
$A_0 - A$	A: [4.5859, -2.0186, -1.0]	${}^0A_0$ : [-5.9144, -9.9498, -7.6244]	$ A_0A  = 15.4267$
$B_0 - B$	B: [4.2057, -2.4997, 5.0]	${}^0B_0$ : [-5.2845, -20.9397, -13.1060]	$ B_0B  = 32.4660$
$C_0 - C$	C: [-3.2310, -0.4277, -5.0]	${}^0C_0$ : [-5.2820, 6.9954, -5.0177]	$ C_0C  = 4.9504$

2. 如圖一的 P 點, 若由三個式(3)所描述之曲面, 共可解得 27 個解。但由於不易求得所有解, 且其中又含需篩除的非預期解, 本例採用最佳化的數值方式。給定初始值後, 再進行搜尋。經分析探討, 共有十組正確解, 其中僅有四組實根列示於表九。此例之 P 點於移動平台上的座標取為 [-0.3778, -3.3552, -6.7712];  ${}^0P_i$  所在平面的方程為  $-0.8845 \cdot x - 0.2923 \cdot y - 0.3633 \cdot z = 3.8793$ 。

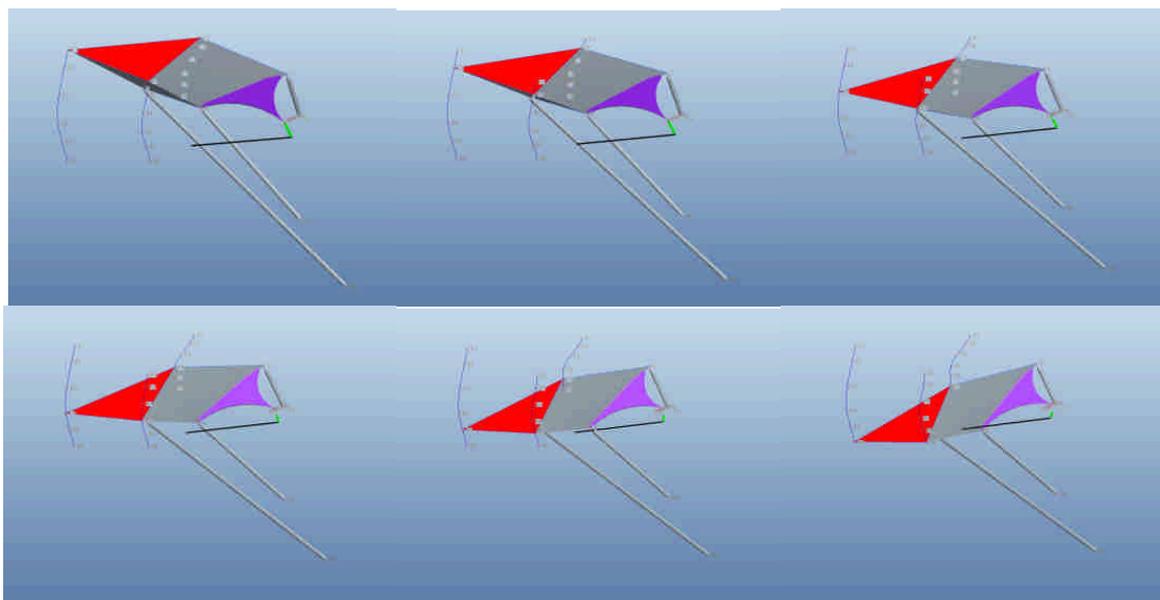
表九: 四組能於六個姿勢共平面的實數解

	X	Y	Z
1	-0.377835628703036	-3.35522353055056	-6.77118480018449
2	23.380611116309000	-2.15512804123158	-12.39844301495170
3	18.050841391928600	22.98839820119450	-15.87632494168740
4	97.850451274474600	-3.42188639646616	-7.67151404509471

3. 本例的平面驅動裝置仍如圖六所示, 驅動器裝置於如圖八所示的黑色桿件, 各姿勢則如圖九所示。



圖八：例題四的物體導引機構



圖九：例題四的移動平台於六個姿勢

## 6. 指定七組姿勢

同上述，需解決的問題為選擇適當點為  $A$ 、 $B$  或  $C$ ，且  ${}^0A_i$  ( $i=1\sim 7$ ) 能夠共球面。其方法分別為由  $(i=1\sim 5)$ 、 $(i=1\sim 4, 6)$  及  $(i=1\sim 4, 7)$  建立如式(4)的式子，該三個式子皆代表空間中的四次曲面。將三曲面作交集取得的點，可稱為「共球面點」。另外，各曲面型態最高為四次，理論上而言，「共球面點」至多可得 64 個解。

此外對應的 7 個  $P$  點若欲共平面，雖可建立 4 個如(3)式的曲面；但一般而言，該四個曲面通常並無交點，因此並無適當點。可考慮的方案為採用球面機構，於前述「共球面點」中擇一為  $P$  點，之後則進入球面連桿機構路徑演生的設計範疇。

## 三 討論

本計畫以低維機構驅動三維運動平台，該機構含一運動平台、三根支撐腿且其兩端皆為球接頭、以及平面驅動機構。運作時，可用一或兩個驅動器，依序導引物體至最多六個姿勢。對於四個姿勢的動作指定，運動平台的移至各姿勢的時間可與驅動器的輸入角度配合。對於四至六個姿勢的物體導引，分別舉數值例說明，並且皆以 PEO/E 軟體成功模擬其運動。

對於所提出的機構，於指定不同數目的姿勢時，所對應的接頭處的設計選擇，可為任意、於曲面或曲線上選擇、僅有特定數點能符合所需、或甚至無解。相關資料簡略歸納如表十，

以供設計者參考。

表十：以平面機構來驅動空間平台的點選擇

姿勢組數	二組	三組	四組	五組	六組	七組
共球面點 A、B 及 C	任意	任意	任意	共球面點曲面	共球面點曲線	有限個特 定點
共平面點 P	任意	任意	共面點曲面	共面點曲線	有限個特 定點	無適當解

## 參考文獻

1. Beyer, R., 1963, Kinematic Synthesis of Mechanism, Chapman & Hall
2. Chiang, C. H., 1988, Kinematics of Spherical Mechanisms, Cambridge University
3. Chung, W. Y., 2005, "The Position Analysis of Assur Kinematic Chain with Five Links," Mechanism and Machine Theory, Vol. 40, No. 9, pp. 1015-1029.
4. Comsit M., Visa I., 2007, "Design of the linkages type tracking mechanisms of the solar energy conversion systems by using Multi Body Systems Method", 12<sup>th</sup> IFToMM world congress, A582.
5. Craig J. J., 2005, Introduction to Robotics, 3<sup>rd</sup>, Prentice Hall
6. Davis J. C. and Hofmeister C. A., 1997, Substrate Transport Apparatus with Dual Substrate Holders, US patent 5647724.
7. Dong, H. and Wang, D., 2007, "New Approach for Optimum Synthesis of S-x-bar dwell", 12<sup>th</sup> IFToMM world congress, A898.
8. Genov G. et al., 2000, Robot Having Multiple Degrees of Freedom, US patent 6037733
9. Hunt, K. H., 1978, Kinematic Geometry of Mechanisms, Oxford University
10. Jaime G., Jose M. and Alici G., 2006, "Kinematics and singularity analyses of a 4-dof parallel manipulator using screw theory," Mechanism and Machine Theory, pp. 1048-1061
11. Laribi, M. A., Mlika, A., Romdhane, L., Zeghloul, S., 2004, "A combined genetic algorithm-fuzzy logic method (GA-FL) in mechanisms synthesis", Mechanism and Machine Theory, pp. 717-735
12. Laribi M.A., Romdhane L., and Zeghloul S., 2007, "Analysis and dimensional synthesis of the DELTA robot for a prescribed workspace," Mechanism and Machine Theory, pp 859-870
13. Li H., Gosselin C. and Richard M., 2006, "Determination of maximal singularity-free zones in the workspace of planar three-degree-of-freedom parallel mechanisms," Mechanism and Machine Theory, pp. 1157-1167
14. Liu X., Wang J. and Pritschow G, 2006, "On the optimal kinematic design of the PRRRP 2-DoF parallel mechanism," Mechanism and Machine Theory, pp. 1111-1130
15. Merlet J. P., 2006, Parallel Robots, Springer.
16. Russel K. and Sodhi R. S., 2002, "Kinematic synthesis of RRSS mechanisms for multi-phase motion generation with tolerances", Mechanism and Machine Theory, pp. 279-294
17. Soh G. and Mccarthy J, 2007, "Synthesis of Eight-Bar Linkages as Mechanically Constrained Parallel Robots", 12<sup>th</sup> IFToMM world congress, A653
18. Stewart D. 1963, "A Platform with Six Degrees of Freedom," Proc. Inst. Mech. Eng., London, Vol. 180, pp. 371-386
19. Suh, C. S. and Radcliffe, C. W. 1978, Kinematics and Mechanisms Design
20. Tao, D. C., 1964, Applied Linkage Synthesis, Addison-Wesley
21. Tsai L. and Morgan A., 1985, "Solving the Kinematics of the Most General Six- and Five-Degree-of-Freedom Manipulators by Continuation Methods," ASME J. Mech. Transm. Autom. Des., Vol, 107, pp. 189-200.
22. Tsai, L-W, 1999, Robot Analysis, John Wiley & Sons
23. Xi F., Xu Y. and Xiong G., 2006, "Design and analysis of a re-configurable parallel robot," Mechanism and Machine Theory, pp. 191-211

24. 洪芝青，顏鴻森，劉念德，2007，“混合八連桿型步行機器馬之機構設計”，第十屆機構與機器學術研討會，B05。
25. 徐正會，陳國桂，2007，“輪椅自動調節腳架之分析與設計”，第十屆機構與機器學術研討會，B07。
26. 蔣君宏，2002，平面機構之運動學與設計，高立。

無研發成果推廣資料

98 年度專題研究計畫研究成果彙整表

計畫主持人：鐘文遠		計畫編號：98-2221-E-034-006-				計畫名稱：以低維機構驅動的三維運動平台	
成果項目		量化			單位	備註（質化說明：如數個計畫共同成果、成果列為該期刊之封面故事...等）	
		實際已達成數（被接受或已發表）	預期總達成數（含實際已達成數）	本計畫實際貢獻百分比			
國內	論文著作	期刊論文	0	0	100%	篇	
		研究報告/技術報告	0	1	100%		
		研討會論文	0	0	100%		
		專書	0	0	100%		
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力（本國籍）	碩士生	0	0	100%	人次	
		博士生	0	0	100%		
		博士後研究員	0	0	100%		
		專任助理	0	0	100%		
國外	論文著作	期刊論文	0	1	100%	篇	
		研究報告/技術報告	0	0	100%		
		研討會論文	0	0	100%		
		專書	0	0	100%		章/本
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力（外國籍）	碩士生	0	0	100%	人次	
		博士生	0	0	100%		
		博士後研究員	0	0	100%		
		專任助理	0	0	100%		

<p style="text-align: center;">其他成果</p> <p>(無法以量化表達之成果如辦理學術活動、獲得獎項、重要國際合作、研究成果國際影響力及其他協助產業技術發展之具體效益事項等，請以文字敘述填列。)</p>	無
---	---

	成果項目	量化	名稱或內容性質簡述
科 教 處 計 畫 加 填 項 目	測驗工具(含質性與量性)	0	
	課程/模組	0	
	電腦及網路系統或工具	0	
	教材	0	
	舉辦之活動/競賽	0	
	研討會/工作坊	0	
	電子報、網站	0	
	計畫成果推廣之參與(閱聽)人數	0	



# 國科會補助專題研究計畫成果報告自評表

請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況、研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）、是否適合在學術期刊發表或申請專利、主要發現或其他有關價值等，作一綜合評估。

1. 請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況作一綜合評估

達成目標

未達成目標（請說明，以 100 字為限）

實驗失敗

因故實驗中斷

其他原因

說明：

2. 研究成果在學術期刊發表或申請專利等情形：

論文： 已發表  未發表之文稿  撰寫中  無

專利： 已獲得  申請中  無

技轉： 已技轉  洽談中  無

其他：（以 100 字為限）

3. 請依學術成就、技術創新、社會影響等方面，評估研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）（以 500 字為限）

學術上，本計劃中為有關空間中的物體導引，成果中衍生出如下的概念：(a)共球面點曲面、(b)共球面點曲線、(c)共面點曲面、(d)共面點曲線、(e)共圓點曲線及(f)共線點曲線。可供學界參考。

產業上，以低維機構驅動的三維運動平台，僅具單一或兩個驅動器，可大幅降低成本，以及簡化控制的複雜度。可適用於運動要求較簡單，變動頻率較低的場合。當工作需求有所改變時，亦可對驅動機構、支撐腿的桿長及固定點做調整及修改，以符合新需求。