行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

修正訊息熵應用於降雨現象與特性之研究

計畫類別: 個別型計畫

計畫編號: NSC93-2313-B-034-004-

執行期間: 93年08月01日至94年07月31日

執行單位: 中國文化大學土地資源學系

計畫主持人:葉惠中

報告類型: 精簡報告

處理方式:本計畫可公開查詢

中 華 民 國 94年10月28日

修正信息熵應用於降雨現象與特性之研究

A Study of Rainfall Phenomena and Characteristics Using Modify Information Entropy

中國文化大學土地資源學系助理教授 葉惠中 Hui-Chung Yeh hcyeh@faculty.pccu.edu.tw

摘要

水文資料為水資源規劃、水工構造物設計及水利運轉中不可或缺的構成要素,而降雨資料正是水文分析模式中最基礎的資訊之一。一般而言,降雨本身具有時間及空間上的變異特性,所以降雨現象可視為是一個隨機的水文歷程,而最大訊息熵正是用來量測隨機水文歷程之不確定性。雖然最大訊息熵能有效地量化資料的不確定性程度,但卻無法適當地顯示出不同降雨強度事件的影響效應。因此本研究提出了修正訊息熵模式,結合地理統計之全域克利金變異數,來探討在不同強度下降雨現象與特性之不確定性。

關鍵詞:訊息熵、水文歷程、不確定性、全域克利金變異數

Abstract

Hydrological data is the essential element for the water resources planning, design, and operation. Rainfall data is one of the most fundamental and important information for hydrologic modeling analysis. In general, rainfall phenomena and characteristics exhibit both temporal and spatial variations so it is a random hydrological process. The maximum information entropy is a measure of the degree of uncertainty of random hydrological process. Although it is also a quantitative measure of the information content of a series of data, it cannot show the influence of varied intensities of rainfall events. In this study, we propose modified information entropy in order to appropriately exhibit the effect on different rainfall intensity. By combining modified information entropy and global kriging variance, we assess the influence of varied intensities of rainfall phenomena and characteristics.

Keyword: Information Entropy, Hydrological Process, Uncertainty, Global Kriging Variance

台灣是一個典型的海島國家,地處世界最大陸塊(歐亞大陸)和最大海洋(太平洋)的交會處,屬於亞熱帶海島型氣候地區。台灣雖然幅員小,並且各地區經緯度相差亦不大,但是其地形複雜,嚴重影響降水現象與分佈特性。該地區之降雨量豐沛,全省各地平均年雨量約為 2500 mm。東北部之火燒寮年平均雨量高達 6570 mm,而其最高年雨量更曾達 8800 mm,居世界第二。由於臺灣地區因地形複雜,有高山、丘陵、平原和海岸等地形,且中央山脈貫穿南北,降雨量雖多卻使得降雨在空間上分佈不均勻。又臺灣各地之雨量以夏秋雨季之梅雨和颱風雨為主,倘若此兩季之降雨不足,則各水庫之儲水量即感不足。因此,瞭解單一降雨測站的降雨現象與特性,將有助於建立合理的雨量站網,而合理的雨量站網是一國家水利建設和經濟發展的重要設計,善用此雨量資訊不但可達到減災、防災的功能,甚至可積極地創造國家經濟效益。

自然界的諸多現象,例如降雨、河川流量等水文現象,多具有時間或空間上的變異。若我們研究這些現象之變化過程,常可發現許多不規則的擾動,經研究後可知這些擾動現象是依據某種機率分佈函數而變化。另外,針對時間或空間上的一個點而言,這些物理量的變異可以利用隨機變數(random variable)來描述,且隨機變數隨時間變化的過程即稱為隨機歷程(random process),水文現象中的降雨過程正是一個隨機歷程。一般而言,降雨現象與特性受到地形、高程、季節、緯度、氣候、距海洋遠近等因子綜合影響而有不同的變化,無法以簡單的數學模式來描述或模擬,但降雨量資料卻又是水資源規劃、水工構造物設計及水利運轉之最基本要素,因此倘若無法瞭解降雨歷程之降雨現象與特性,或是無法收集完整的降雨資料,亦或是所應用的資料代表性不夠,則可能導致工程設計的浪費或必須承擔較高之風險。因此雨量資料最好能得自於該區域附近相當數目之雨量站,並有長期、無間斷且精確的降雨記錄。如此不但可降低設計失敗的機會而且可使經濟風險減低至最小。故本研究中視降雨現象好能得自於該區域附近相當數目之雨量站,並有長期、無間斷且精確的降雨記錄。如此不但可降低設計失敗的機會而且可使經濟風險減低至最小。故本研究中視降雨現象為一個隨機的水文歷程,提出了修正訊息熵模式,計算並比較評估傳統訊息熵與修正訊息熵模式,應用於隨機水文歷程之不確定性度量上的差異性,最後結合地理統計之全域克利金變異數,來探討在不同強度下降雨現象與特性之不確定性。

二、文獻回顧

熵(entropy)是一個極重要的物理量,可將事件的不確定性以定量的形式表現。目前在自然科學和工程技術的許多領域,如物理學、統計學、氣象學、地理學、影像處理和通訊工程等等,皆使用熵之理論。熵原屬於熱力學領域範疇,最早是由Clausius(1865)所引入的函數熵概念,用以定量地闡述熱力學第二定律且所引進的函數熵是建立在守恆的概念上,其定義為從一狀態到另一狀態所經歷之最大亂度。因此,熵也是一個衡量秩序的度量,熵值愈大,則代表系統中的混亂程度愈大。一般而言,在一個封閉系統中自然的演化過程會由有秩序變為沒有秩序,即熵值會愈來愈大,達

到趨近於一個極大值。Shannon 和 Weaver(1949)提出熵是量測事件不確定性的工具。 Amorocho 和 Espildora(1973)則利用熵之理論以描述水文資料之不確定性,分別計算熵值和條件熵值,且以可轉移資訊量作為選站之標準。Chapman(1986)將熵擴展至水文資料不確定性之量測且探討不確定性減少的情形,並比較計算熵值時,資料的取值範圍為比例區間或固定區間何者較佳。其中以資料之分佈為對數常態分佈和 gamma 分佈加以探討不確定性的變化情形。Harmancioglu 和 Yevjevich(1987)應用熵理論與可轉移資訊之概念探討河流間水文資訊的轉移變化。Harmancioglu 和 Alpaslan(1992)利用熵之方法定量地量測由站網所產生資訊的效率。Lee 和 Ellis(1997)比較利用克利金法和最大熵值法於空間推估和站網設計之差別。Ozkul et al.(2000)利用熵的方法評估水質監測站網的設計且由影響站網設計的三項基本特性:測站位置、時間頻率和結合時間與空間頻率加以探討。

三、訊息熵

3.1、訊息理論

訊息是指所帶來的資訊量,一事件 A 所含有資訊量以 I(A)表示,不確定性越高,則資訊量就越多。不確定性之高低即表示機率發生之情形。如果發生的機率很高,則不確定性就很低,所帶來的資訊量就很少。兩事件 A 和 B,若所發生的機率為P(A) < P(B),則很清楚地瞭解 A 事件的不確定性會大於 B 事件的不確定性,即I(A) > I(B)。

資訊量 I(A)具有下列五項特性:

- (1)資訊量為機率的函數,即I(A) = f[P(A)]。
- $(2) I(A) \ge 0$
- (3) I(A)=0 for P(A)=1
- (4) I(A) > I(B) for P(A) < P(B)
- (5)如果 A 和 B 為兩獨立事件,則 A 和 B 的聯合資訊量會等於個別資訊量之和,即 I(AB) = I(A) + I(B) 。

如果滿足(1)到(5)式,則可定義 I(A)所對應的函數為

$$I(A) = -K \log_a [P(A)] \tag{1}$$

上式中 K 為大於零的常數,一般取 K=1,a 為 \log 的基底。當 a=2 時,此時資訊量之單位稱為 \sin bit。當 a=自然對數 e 時, \cos Gallager(1986)定義資訊量單位稱為 napiers 或 \sin nats。當 a=10 時,資訊量之單位稱為 \sin Hartley。

3.2 熵理論

熵在訊息理論中用以描述事件不確定性的量。當事件完全確定時,熵值為零;事件的結果越多,熵值則會越大。當可能結果數一定,每種結果出現的機率相等時,不確定性會為最大值,即此時熵值為最大,其所透露的資訊量亦是最大的。熵值可分為離散隨機變數之熵、連續隨機數之熵和多變量隨機變數之熵的計算。

3.3 邊際熵 (Marginal Entropy)

假定一隨機變數 X,範圍為 $\{x_1,x_2,...,x_n\}$ 且所對應的機率為 $\{p_1,p_2,...,p_n\}$,則所含有的資訊量分別為

$$I(x_1) = -\log(p_1)$$

$$I(x_2) = -\log(p_2)$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$I(x_n) = -\log(p_n)$$

則可以 I(X) 表示 $I(X=x_1), I(X=x_2), ..., I(X=x_n)$ 每個單獨事件的集合。所以定義

$$H(X) = H(p_1, p_2, ..., p_n) = p_1 \cdot I(x_1) + p_2 \cdot I(x_2) + ... + p_n \cdot I(x_n)$$

$$= E[I(X)] = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log(p_i)$$
(2)

上式即是著名的 Shannon entropy 公式。可用以量測一隨機變數之不確定性。 (範例):當投擲一硬幣出現正面的機率分別為 (i)0.50 (ii)0.75 (iii)0.80 時,分別計算其 熵值如下。

- (i) $H(0.50) = -0.5 \times \log_2(0.5) 0.5 \times \log_2(0.5) = 1$ bit
- (ii) $H(0.75) = -0.75 \times \log_2(0.75) 0.25 \times \log_2(0.25) = 0.811$ bits
- (iii) $H(0.80) = -0.80 \times \log_2(0.8) 0.2 \times \log_2(0.2) = 0.722$ bits

由此範例可知當 p=0.80 時,發生機率為最高,即不確定性最小,所以熵值最小; 但當 p=0.50 時,發生機率最小,也就是不確定性最高,所以熵值最大。由此清楚瞭 解可利用熵作為量測不確定性之工具。

3.4 聯合熵(Joint Entropy)

本研究探討降雨現象與特性在空間上之變化情形,研究之資料為降雨量。所以研 究中定義測站之隨機變量為降雨量。

若 X 與 Y 為兩個測站之隨機變量,對應的範圍分別為 $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ 和 $\{y_1, y_2, ..., y_m\}$,聯合機率為 $P(X = x_i, Y = y_i) = P_{ii}$,則測站 X 和 Y 之聯合熵為

$$H(X,Y) = -\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} P_{ij} \log(P_{ij})$$
(3)

上式表示測站 X 和 Y 間全部的不確定性。因此可知測站 X 和 Y 個別的邊際熵之和應大於或等於其聯合熵,當兩測站互相獨立時,邊際熵的和會等於聯合熵。

$$H(X,Y) \le H(X) + H(Y) \tag{4}$$

3.5 條件熵 (Conditional Entropy)

當已知 $X = x_i$ 的降雨記錄時,則Y所剩下的不確定性定義為條件熵 $H(Y | X = x_i)$ 。

$$H(Y \mid X = x_i) = -\sum_{i=1}^{m} P_{j|i} \log(P_{j|i})$$
 (5)

而 $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$,所以考慮一隨機變數 $H(Y \mid X = x_{\bullet})$,其所對應之範圍為 $\{H(Y \mid X = x_1), H(Y \mid X = x_2), ..., H(Y \mid X = x_n)\}$ 機率為 $\{P_1, P_2, ..., P_n\}$ 。 可定義條件熵 $H(Y \mid X)$ 為

$$H(Y \mid X) = E[H(Y \mid X = X_{\bullet})] = \sum_{i=1}^{n} P_{i}[H(Y \mid X = X_{i})]$$
(6)

由(5)與(6)式可得計算條件熵之通式

$$H(Y \mid X) = -\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} P_i P_{j|i} \log(P_{j|i}) = -\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} P_{ij} \log(P_{j|i})$$
(7)

$$H(Y \mid X) = H(X,Y) - H(X) \tag{8}$$

$$H(Y) \ge H(Y \mid X) \tag{9}$$

對同一個變量之條件熵而言,則不會含有不確定性,即條件熵為零。

$$H(X \mid X) = 0 \tag{10}$$

3.6 可轉移資訊 (Transmitted Information)

兩兩量測站 X 與 Y 之可轉移資訊 I(X,Y)即表示可由 X 推估 Y 的訊息,亦可視為 兩者的共同資訊量(Mutual Information),即兩測站間的重複訊息。對兩個隨機變數 X 和 Y 而言,共同資訊量為

$$I(X,Y) = H(Y) - H(Y \mid X) = H(X) + H(Y) - H(X,Y)$$
(11)

$$I(X,Y) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} P_{ij} \log(\frac{P_{ij}}{P_i P_j})$$
(12)

共同資訊量之特性如下:

- (1)I(X,Y) = I(Y,X)。可由變數 X 知道變數 Y 多少訊息也就可由變數 Y 知道變數 X 多少訊息。
- (2)如果變數 X 和變數 Y 互相獨立,則沒有共同資訊,即 I(X,Y)=0。
- (3)共同資訊量具有非負性,即I(X,Y)≥0。
- (4)對同一變量之共同資訊量而言,其值會等於本身之熵值,即I(X,X) = H(X)。 條件共同資訊量(Conditional Mutual Information)可表示為

$$I(X;Y|Z) = H(X|Z) - H(X|Y,Z) = H(Y|Z) - H(Y|X,Z)$$
(13)

當(13)式中之隨機變數 Z 等於 X 時,其共同資訊量會等於零。因為已知隨機變數 X 而另一隨機變數 Y 所剩下的不確定性和已知隨機變數 X 的不確定性為互相獨立,所以兩者間不會含有共同資訊量。即

$$I(X;Y|X) = H(Y|X) - H(Y|X,X) = 0$$
(14)

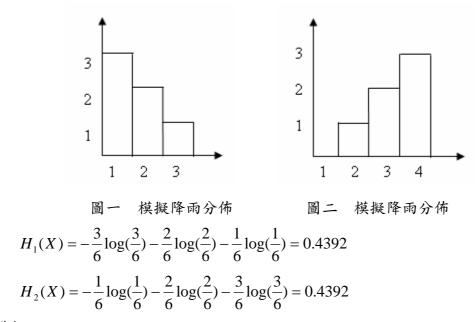
四、修正訊息熵

4.1 緣起

在我們日常生活中,經常會遇到「不確定性問題」。例如天氣播報員說「明天下雨的機率是 30%」,這正是一個我們習以為常「不確定性問題」的例子。然而在訊息理論中的訊息熵,正是用來描述事件之不確定性的量,其中訊息熵的值越大,代表該系統中之不確定性程度越高;反之若訊息熵的值越小,則代表該系統中之不確定性程度越低。此外藉由聯合熵及條件熵所推求的可轉移資訊量,可以瞭解區域中站網所透露資訊量的多寡,亦即不同降雨測站組合在時間及空間上的不確定性。因此,訊息熵

理論被廣泛的應用來探討水文現象中降雨測站之不確定性與站網設計研究。

一般而言,利用熵理論進行雨量站網評估:首先是計算各測站之訊息熵,並且選取出最大訊息熵值的測站作為第一重要站,亦即是選取各測站中具有最大的不確定性,或是資料中含有最大的資訊量的測站;其次是分別計算站網間之聯合熵、條件熵與共同資訊量,並選擇與第一重要站重複資訊最少的第二重要站,以期該站加入後有較多的新資訊;依此類推,最後可推求出研究區域內降雨測站之重要排序。然而訊息熵理論僅考量降雨頻率機率,卻忽略了降雨強度特性,因此雖然能有效地量化降雨資料的不確定性程度,但卻無法適當地顯示出不同降雨強度事件對水資源的影響效應。例如圖一所示之模擬降雨分佈特性,其訊息熵之值為 0.4392。而與圖二所示之模擬降雨分佈特性,其訊息熵之值為 0.4392。而與圖二所示之模擬降雨分佈特性,其訊息熵之值為 0.4392。而與圖二所示之模擬降雨分佈特性,其訊息熵之值亦為 0.4392。由上述可知,不論降雨事件的強度或大小有何種改變,只要不同降雨現象具有相同的頻率分佈特性,則具有相同的傳統訊息熵。然而從水文常識中可知,降雨強度大或降雨分佈集中的降雨事件,則有較大的尖峰流量,應該比較容易產生降雨災害。但是傳統的訊息熵模式並無法有效地展示出不同降雨強度或大小的水文現象特性。因此本研究提出了修正訊息熵模式,來探討在不同強度下降雨現象與特性之不確定性。



4.2 構想

由於傳統訊息熵模式僅考量降雨頻率所發生的機率,因此針對不同降雨強度的事件,只要具有相同的頻率分佈特性,則會求得相同的訊息熵。換言之,不同降雨強度的事件具有相同的不確定性或資訊量。這種論述顯然與事實不符,因此本研究提出了修正訊息熵模式,來探討在不同強度下降雨現象與特性之不確定性。由離散機率之觀點計算訊息熵而言,是將連續的降雨資料或特殊之降雨事件,依其降雨量的大小將降雨記錄分成若干個等級。一般而言,無降雨量或極少量降雨以第0級來描述,爾後隨著固定降雨增加量的遞增情形,分別以第1級、第2級、第3級...等順序來描述。從上述觀點可知,降雨等級數愈高,其降雨量愈大,則越容易發生災害,應具有較大的

災害訊息量。故本研究利用降雨等級來當作訊息加權值,其修正訊息熵模式如(15)式 所示。

$$MH(X) = MH(p_1, p_2, ..., p_n) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \times \log(p_i) \times i$$
 (15)

4.3 探討

利用熵理論進行雨量站網評估時,第一重要站的選取是具有最大訊息熵的測站,而傳統訊息熵模式僅考慮各測站變異數之離散程度,並未考量其平均降雨量的大小,如此評選標準將容易忽略含有極端值事件之降雨測站。為同時考量降雨資料之集中趨勢及變異程度,本研究提出修正訊息熵模式來探討降雨現象之不確定性。研究中利用修正訊息熵模式,分別計算圖一及圖二等兩種具有不同集中趨勢之降雨分佈,其結果顯示,圖一之修正訊息熵的值為 0.8577;而圖二之修正訊息熵的值為 1.3386。由於此兩種降雨分佈情形具有相同的變異程度,因此採用傳統訊息熵模式將得到相同的訊息熵之值;但相對圖一而言,圖二的降雨分佈特性則具有較高的降雨集中量,理論上會發生較大的尖峰流量,應容易產生較大的災害,所以圖二的降雨分佈應具有較高的訊息資訊。研究結果顯示,利用修正訊息熵模式所計算的熵值,能有效地表現出降雨強度的效應。

$$MH_1(X) = -\frac{3}{6}\log(\frac{3}{6})(1) - \frac{2}{6}\log(\frac{2}{6})(2) - \frac{1}{6}\log(\frac{1}{6})(3) = 0.8577$$

$$MH_2(X) = -\frac{1}{6}\log(\frac{1}{6})(2) - \frac{2}{6}\log(\frac{2}{6})(3) - \frac{3}{6}\log(\frac{3}{6})(4) = 1.3386$$

五、案例研究與討論

5.1 單站評估

本研究為探討傳統訊息熵與修正訊息熵兩種模式的評估效益,研究中將模擬雨量資料區分成3個等級,分別為第一級、第三級與第五級;另外指定總降雨發生次數為6次,並分配至不同等級中,使不同降雨類型具有相同的次數分配特性。因此本研究選取出六種降雨類型,且該六種不同的降雨類型具有不同的降雨強度特性,但卻有相同的降雨頻率分佈結果;除了上述六種不同類型外,研究中亦選取具有均勻分佈特性的第七類降雨類型,因此本研究共選取七種不同降雨類型,其結果如表1所示。

訊息熵模式所求得的最大訊息熵應發生在具有均勻分佈特性的降雨事件,但針對 具有相同次數分配的不同降雨事件,則會產生相同的訊息熵。從表 1 的結果可知,除 第七類均勻分佈降雨類型具有最大熵值外,其餘各類型的訊息熵值皆相同。從水文觀 點而言,這種評估模式不但無法有效地分辨降雨特性,亦無法區別出不同降雨類型可 能產生的災害影響,故本研究採用尖峰流量與總逕流量來代表不同降雨頻率分配可能 產生的降雨災害影響。由於模擬降雨事件,只有降雨發生之次數分配,因此本研究利 用平衡雨型(balanced storm)的概念來模擬降雨分配,亦即先將模擬降雨事件之降雨強 度排序後,最大的置於中間位置,其次依序往兩旁發展,如此便可求得平衡雨型。以 平衡雨型方法所建構出之雨型,理論上應有最大的尖峰流量產生。利用修正訊息熵模式所計算的訊息熵值與不同降雨類型所產生的尖峰流量與總逕流量如表 1 所示。從表中可知,具有均勻分配的第七類降雨類型有最低的尖峰流量及最少的總逕流量,理論上而言,該類降雨發生災害影響的機率應不高,但傳統訊息熵模式卻優先選取該類降雨分配。反觀修正訊息熵模式,第七類降雨類型有最小的修正訊息熵值,而第二類降雨類型則有最大的修正訊息熵值,故於單站選取時將優先選取第二類降雨分配,較能分辨出不同降雨類型所產生的災害影響,這個結果可明顯證明修正訊息熵模式尤其優越性。

降雨類型 降雨等級	第一類	第二類	第三類	第四類	第五類	第六類	第七類
第1級	[1]	[1]	[2]	[2]	[3]	[3]	[2]
第3級	[2]	[3]	[1]	[3]	[1]	[2]	[2]
第5級	[3]	[2]	[3]	[1]	[2]	[1]	[2]
傳統訊息熵	1.0114	1.0114	1.0114	1.0114	1.0114	1.0114	1.0986
修正訊息熵	3.1301	3.1694	2.9950	2.8991	3.0735	2.9383	2.1972
尖峰流量	330	310	330	250	290	250	190
總逕流量	1540	1400	1400	1120	1120	980	840

表 1 模擬降雨等級與分佈特性

【】: 代表降雨發生次數

5.2 複站評估

一個設計良好的雨量站網,不但可以提供精確且可靠的雨量資料,以作為水文模式 的輸入使用,亦可以完整且有效地進行該區域在水資源工程上的規劃與設計。 Husain(1986)的研究中直接以各站的熵值來作為氣象站網設計之依據,並未考量到各測 站與整個集水區系統間的資訊轉移特性;而 Kristanovic(1992)應用熵理論來作為雨量站 網評估,選擇不確定性最高的站為最重要的測站,似乎不完全滿足降雨及災害的一般概 念。因此本研究利用石門水庫上游集水區的9個降雨觀測站資料來進行修正訊息熵模式 的複站評估,降雨觀測站位置如圖三所示。研究中選取雨量資料從1992至1999年共8 年的月雨量資料,並將降雨資料分成 10 個等級,其中不足 100mm 為第 0 級、100mm 至 200mm 為第 1 級、200mm 至 300mm 為第 2 級,依此類推,超過 900mm 為第 9 級。 本研究分別應用傳統訊息熵與修正訊息熵等兩種模式來進行站網評估,其結果如表 2 所 示。從表中可知,不論利用哪種模式進行增站作業,有5站的順序是相同的,分別是優 先的兩站、第六站及最後的兩站,因此只有4站的順序不相同,其結果表示此兩種評估 模式差異並不大,其原因應是採用月降雨量的關係。另外,從站網的分佈關係而言,修 正訊息熵模式選取9、7、2、5為前四站,而傳統訊息熵則是選取9、7、4、2為前四站, 從前四站的地理分佈情形來看,修正訊息熵模式似乎比傳統訊息熵模式有較均勻的地理 分佈特性。故本研究認為考量降雨強度或等級所進行加權校正之修正訊息熵模式不但能

說明降雨的變異特性所產生的不確定性,亦能有效地描述降雨強度所可能產生的降雨災 害影響,是一個不錯的修正結果。

測站編號	測站名稱	二度分	帶座標	高程(m)	傳統模式	修正模式
	例站石件	Easting(m)	Northing(m)	可柱(III)	選站順序	選站順序
1	21C071	288792.6	2730766.3	1220	5	5
2	21C080	285409.8	2734449.2	620	4	3
3	21C090	290495.3	2725233.1	1260	8	8
4	21C140	285386.2	2743679.2	350	3	7
5	21D150	280363.	2728899.3	780	7	4
6	21D160	271949.4	2715961.8	1620	9	9
7	21D170	280387.5	2717823.6	630	2	2
8	21D350	285447.5	2719681.5	2000	6	6
9	21U110	297244.7	2725254.4	1150	1	1

表 2 石門水庫上游集水區站網評估結果

參考文獻

- 1.王如意、易任,(1987),『應用水文學下冊』,國立編譯館出版,茂昌圖書有限公司發行。
- 2.江介倫,(1996),『資訊熵在雨量站網設計之研究』,國立台灣大學農業工程研究所碩士論文。
- 3. 呂明、袁舟譯,(1987),『熵一種新的世界觀』,上海譯文社。原作者:Rifkin, J. and T. Howard, "Entropy as a new world view".
- 4.李天岩,熵 (Entropy),數學傳播十三卷三期
- 5.李富城、林沛練,(1981),『石門地區降水特性之分析』,氣象預報與分析,第86期, pp.53-57。
- 6. 薑丹、錢玉美, (1992),『資訊理論與編碼(上冊)』,中國科學技術大學出版社。
- 7.紀水上, (1998), 『台灣的氣候』, 教育部出版。
- 8.施孫富, (1982), 『石門灌區之雨量站設計』, 台灣水利, 第三十卷,第四期,。
- 9.許敏楓, (1993), 『雨量空間變異及站網設計之研究』, 國立台灣大學農業工程學研究所碩士論文。
- 10.馮端、馮步雲,(1997),『熵』,物理學基礎知識叢書。
- 11.葉惠中,(2000),『區域化變數裡論與隨機變域模擬在雨量站網設計之研究』,國立台灣大學農業工程研究所博士論文。
- 12.經濟部水資局,(1996),『台灣地區水文觀測現代化方案規劃(一)』,國立台灣大學水工試驗所研究報告。
- 13.Al-zahrani, M.and T. Husain, (1998), "An Algorithm for Designing a Precipitation

- Network in The South-Western Region of Saudi Arabia", Journal of Hydrology, pp.205-216.
- 14. Amorocho, J. and B. Espildora, (1973), "Entropy in the Assessment of Uncertainty in Hydrologic Systems and Models", Water Resources Research, Vol. 9, No. 6, pp. 1511-1522.
- 15. Chapman, T. G., (1986), "Entropy as A Measure of Hydrologic Data Uncertainty and Model Performance", Journal of Hydrology, Vol.85, pp.111-126.
- 16.David, A., (1996), "Probability and Information: an integrated approach", Cambridge University.
- 17. Duckstein, L., D. R. Davis and I. Bogardi, (1974), "Applications of Decision Theory to Hydraulic Engineering", paper presented at ASCE Hydraulic Division Specialty Conference, American Assoc. Civil Engineering, Stanford, California.
- 18.Harmancioglu, N., (1981), "Measuring the Information Content of Hydrological Processes by the Entropy Concept", J. Civ. Engrg. Facu., Spec. Issue for the Centennial of Ataturk's Brith, Ege University, Izmir, Turkey, pp.13-40.
- 19.Harmancioglu, N. B. and N. Alpaslan, (1992), "Water Quality Monitoring Network Design: A Problem of Multi-objective Decision Making", Water Resour. Bull., Vol.28, No.1, pp.179-192.
- 20.Harmancioglu, N. and V. Yevjevich, (1987), "Transfer of Hydrologic Information Among River Points", Journal of Hydrology, Vol.91, pp.103-118.
- 21. Hughes, J. P. and D. P. Lettenmaier, (1981), "Data Requirements for Kriging: Estimation and Network Design", Water Resources Research, Vol. 17, No. 6, pp. 1641-1650.
- 22. Husain, T., (1987), "Hydrologic Network Design Formulation", Canadian Water Resources Journal, Vol.12, No.1, pp.44-63.
- 23. Husain, T., (1989), "Hydrologic Uncertainty Measure and Network Design", Water Resources Bulletin, Vol.25, pp.527-534.
- 24. Husain, T. and M. Ukayli, (1982), "Meteorological Network Expansion for Saudi Arabia", Journal Rech. Atmos., Vol.16, No.4, pp.281-294.
- 25. Husain, T., M. Ukayli and H. U. Khan, (1986), "Meteorological Network Expansion Using Information Decay Concept", J. Atm. Oceanic Technol., Am. Met. Soc., Vol.3, No.1, pp.27-35.
- 26.Jackson, I. J., (1969), "Tropical Rainfall Variations over A Small Area", Journal of Hydrology, Vol.8, pp.99-110.
- 27.Kelmes, V.,(1977), "Value of Information in Reservoir Optimization", Water Resources Research, Vol.13, No.5, pp.837-850.
- 28.Krstanovic, P. F.and V. P. Singh, (1992), "Evaluation of Rainfall Network Using Entropy I", Theoretical Development, Water Resources Management 6, pp.279-293.
- 29.Krstanovic, P. F.and V. P. Singh, (1992), "Evaluation of Rainfall Network Using Entropy II", Application, Water Resources Management 6, pp.295-314.

- 30.Lee, Y. M. and J. H. Ellis, (1997), "On the Equivalence of Kriging and Maximum Entropy Estimators", Mathematical Geology, Vol.29, No.1, pp.131-152.
- 31.Ozkul, S., N. B. Harmancioglu and V. P. Singh, (2000), Entropy-Based "Assessment of Water Quality Monitoring Network", J. Hydrologic Engineering, Vol.5, No.1, pp.90-100.
- 32.Shannon, C. E. and W. Weaver, (1949), "Mathematical Theory of Communication", University of Illinois Press, IL.
- 33.Shih, S. F., "Rainfall Variation Analysis and Optimization of Gauging Systems", (1982), Water Resources Research, Vol.18, No.4, pp.1269-1277.
- 34.Singh, V. P., (1997), "The Use of Entropy in Hydrology and Water Resources", Hydrological Processes, Vol.11, Issue.6, pp.587-626.
- 35.Slack, J. R., J. R. Wallis and N. C., Matalas, (1975), "On the Value of Information to Flood Frequency Analysis", Water Resour. Res., Vol.11, No.5, pp.629-647.